



**Katedra  
Nanometrologii**

LABORATORIUM:  
METROLOGIA ELEKTRONICZNA

## **2. ODDZIAŁYWANI PYZRZĄDÓW NA BADANY OBIEKT**

W12IEA-SI0009L

[wzn.pwr.edu.pl/materialy-dydaktyczne/  
metrologia-elektroniczna](http://wzn.pwr.edu.pl/materialy-dydaktyczne/metrologia-elektroniczna)

### **I. Zagadnienia do przygotowania na kartkówke:**

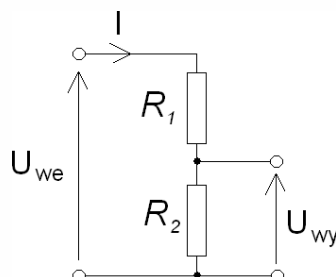
1. Zdefiniować pojęcie: prąd elektryczny. Podać odpowiednią zależność fizyczną.
2. Zdefiniować pojęcie: napięcie elektryczne. Podać odpowiednią zależność fizyczną.
3. Zaprojektować dzielnik napięciowy o parametrach podanych przez prowadzącego. Założyć, że rezystory mogą przyjmować dowolne wartości (niekoniecznie z szeregu En).
4. Zaprojektować dzielnik prądowy o parametrach podanych przez prowadzącego. Założyć, że rezystory mogą przyjmować dowolne wartości (niekoniecznie z szeregu En)

### **II. Literatura:**

1. A. Chwaleba, M. Poniński, A. Siedlecki, Metrologia elektryczna, WNT, Warszawa 1998.

## 1. Wstęp

Jednym z najbardziej rozpowszechnionych układów funkcyjnych w elektronice jest **dzielnik napięcia**. Dzielnikiem napięcia nazywamy układ, którego napięcie wyjściowe jest ściśle określoną częścią napięcia wejściowego (stąd nazwa „dzielnik”):



Na wejście układu podłączamy źródło napięciowe, a wyjście obciążamy dowolnym układem. Przy nieobciążonym wyjściu (a więc gdy na zaciski wyjściowe nie jest nic podłączone) natężenie prądu płynącego w takim układzie wynosi:

$$I = \frac{U_{we}}{R_1 + R_2}$$

**Rezystancja wejściowa** (a więc rezystancja „widziana” od strony zacisków wejściowych) jest równa  $R_1 + R_2$ . Napięcie na rezystorze  $R_2$  zgodnie z prawem Ohma jest równe:

$$U_{wy} = I \cdot R_2$$

Stąd:

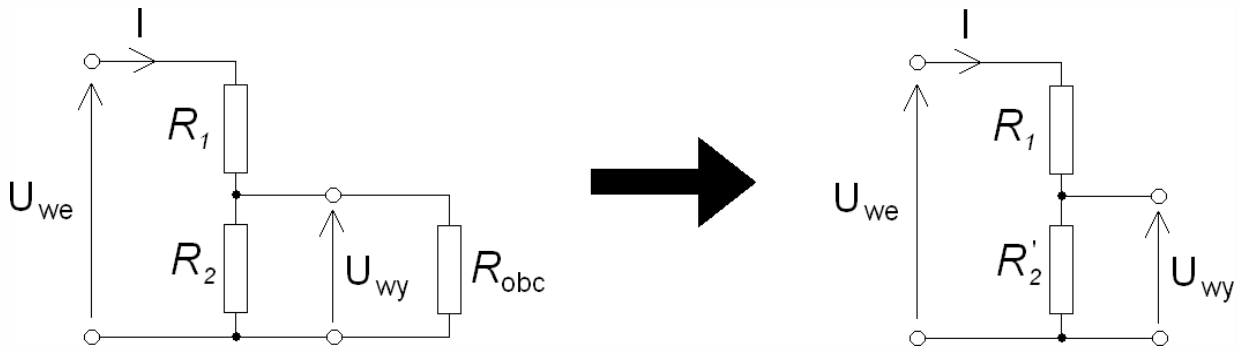
$$U_{wy} = U_{we} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Współczynnik podziału tego dzielnika wynosi więc:

$$k = \frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Dobierając odpowiednio rezystory  $R_1$  oraz  $R_2$ , możemy dowolnie zmniejszać napięcie wyjściowe układu. Tego typu rozwiązanie stosowane jest na przykład we wzmacniaczach akustycznych: jeśli zamiast rezystora  $R_2$  wstawimy potencjometr (a więc rezystor o regulowanej rezystancji) będziemy mogli dowolnie za pomocą pokrętła zmieniać napięcie wyjściowe, uzyskując różne poziomy głośności dźwięku.

Podstawową wadą takiego układu jest duża czułość na obciążenie. Każdy układ, jakipodłączymy na wyjście dzielnika, ma jakąś rezystancję. Ponieważ podłączamy ją równolegle do rezystora  $R_2$ , zmieniamy współczynnik podziału takiego dzielnika. (Dzieje się to zgodnie z zasadą równoległego łączenia rezystorów).



$$R'_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{obc}}} = \frac{R_2 \cdot R_{obc}}{R_2 + R_{obc}}$$

Nowy współczynnik podziału takiego dzielnika jest równy:

$$k' = \frac{R'_2}{R_1 + R'_2}$$

Gdybyśmy zapisali rezystancję obciążenia jako wielokrotność rezystancji  $R_2$ :

$$R_{obc} = n \cdot R_2, \text{ gdzie } n \in (0, \infty)$$

uzyskalibyśmy wyrażenia:

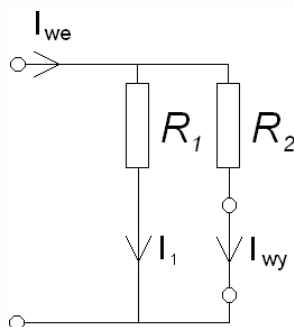
$$R'_2 = \frac{R_2 \cdot R_{obc}}{R_2 + R_{obc}} = \frac{nR_2}{1 + n} = \left(\frac{n}{1 + n}\right) \cdot R_2 = R_2 \left(1 - \frac{n}{1 + n}\right),$$

$$k' = \frac{R'_2}{R_1 + R'_2} = \frac{\left(\frac{n}{1 + n}\right) \cdot R_2}{R_1 + \left(\frac{n}{1 + n}\right) \cdot R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \frac{1}{n}R_1}.$$

Z powyższych równań widać wyraźnie, iż jeśli  $n \rightarrow \infty$ , to  $R'_2 = R_2$  oraz  $k' = k$ . Nasuwa się więc wniosek, iż dzielnik napięciowy należy obciążać jak największą rezystancją. Jedynie wtedy nie będziemy zaburzać jego działania.

**Aby nie zaburzać działania dzielnika napięciowego,  
na jego wyjście podłączamy rezystancję znacznie większą od rezystancji  $R_2$ .**

Drugim ze stosowanych w elektronice prostych dzielników jest dzielnik prądowy. Działa on analogicznie do dzielnika napięciowego, tylko tym razem dokonuje on podziału prądu.



Zaciski wyjściowe tego dzielnika zostały narysowane jako zwarte, ponieważ aby mógł płynąć prąd muszą być połączone. Napięcie na każdym z rezystorów jest równe napięciu na zaciskach wejściowych i wynosi:

$$U = I_{we} \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Prąd płynący przez zaciski wyjściowe dzielnika ma natężenie równe natężeniu prądu płynącemu przez rezystor  $R_2$  i wynosi:

$$I_{wy} = \frac{U}{R_2} = \frac{I_{we} \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$

Współczynnik podziału tego dzielnika jest więc równy:

$$k = \frac{I_{wy}}{I_{we}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

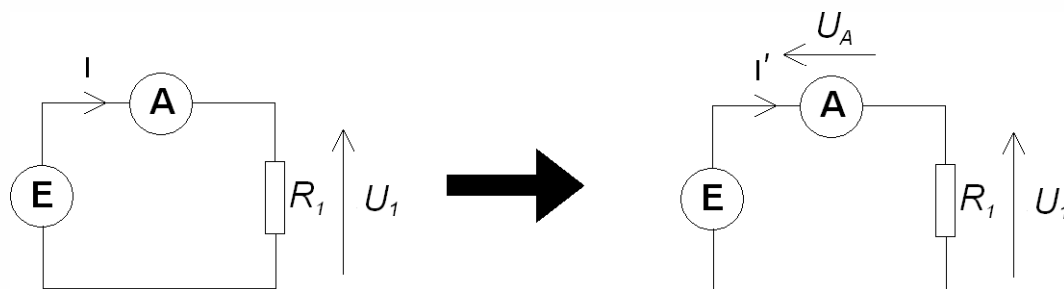
Ustalając odpowiednio wartości rezystorów  $R_1$  oraz  $R_2$ , możemy na wyjściu dzielnika uzyskać dowolną część prądu wejściowego.

Również i w tym przypadku dzielnik taki jest czuły na obciążenie. Zgodnie z regułą szeregowego łączenia rezystorów podłączenie obciążenia na wyjściu zmieni natężenie prądu  $I_{wy}$ , gdyż rezystancje  $R_2$  oraz  $R_{obc}$  się zsumują, tj.  $R_2' = R_2 + R_{obc}$ . Łatwo zauważyć, że w tym przypadku najmniejsze zaburzenie działania dzielnika otrzymujemy, gdy podłączona na wyjście rezystancja jest najmniejsza (bliska zeru).

**Aby nie zaburzać działania dzielnika prądowego,  
na jego wyjście podłączamy rezystancję znacznie mniejszą od rezystancji  $R_2$ .**

## 2. Oddziaływanie przyrządu pomiarowego na mierzony obiekt

Rzeczywiste przyrządy pomiarowe: woltomierze i amperomierze, nie mają rezystancji takiej jak teoretyczne przyrządy idealne. Rzeczywisty woltomierz ma rezystancję wewnętrzną z zakresu od kilkudziesięciu kiloomów do kilku megaomów, a rzeczywisty amperomierz rzędu kilku omów. W związku z tym włączenie takiego przyrządu w układ pomiarowy zaburza działanie tego układu. Woltomierz będzie pobierał prąd z układu, amperomierz będzie się z kolei cechował spadkiem napięcia na swoich zaciskach. Załóżmy, że mierzymy natężenie prądu w układzie jak na rysunku:



Po lewej stronie rozrysowano układ przy założeniu, że amperomierz jest przyrządem idealnym – jego rezystancja jest zerowa – na zaciskach amperomierza nie ma spadku napięcia. Natężenie prądu w układzie zgodnie z prawem Ohma jest równe:

$$I = \frac{E}{R_1}$$

Spadek napięcia na rezystorze wynosi więc:

$$U_1 = I \cdot R_1 = E$$

Po uwzględnieniu faktu, że amperomierz ma niezerową rezystancję  $R_A$  okazuje się, że zmienia się prąd w układzie pomiarowym (układ po prawej stronie rysunku powyżej):

$$I' = \frac{E}{R_1 + R_A}$$

**Względny błąd metody**, wniesiony przez przyrząd pomiarowy w tym konkretnym układzie, wyniesie tym samym:

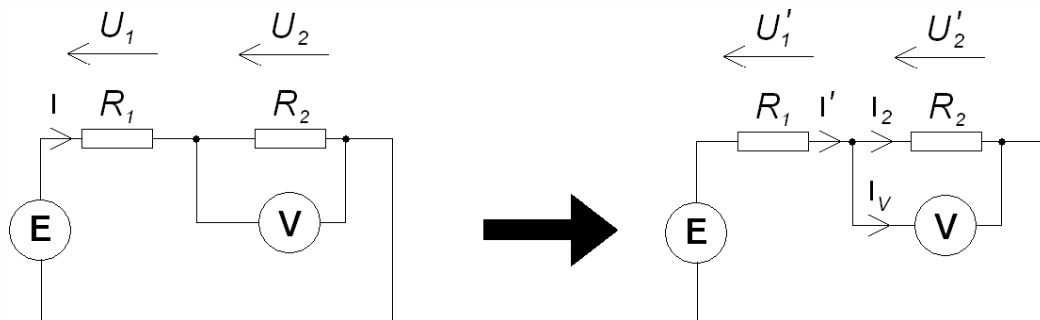
$$\delta_{\text{metody}} = \frac{I - I'}{I} = 1 - \frac{E}{R_1 + R_A} \cdot \frac{R_1}{E} = 1 - \frac{ER_1}{R_1 + R_A}$$

Znając wartość rezystora  $R_1$  oraz rezystancję wewnętrzną amperomierza  $R_A$ , możemy skorygować otrzymany wynik pomiaru zgodnie z powyższym równaniem i wyeliminować błąd metody.

Po włączeniu do układu amperomierza również spadek napięcia na rezystorze  $R_1$  będzie inny. Wyniesie on:

$$U'_1 = E - U_A = E - I' \cdot R_A = E \left( 1 - \frac{R_A}{R_1 + R_A} \right).$$

W przypadku gdy dokonujemy pomiaru napięcia, analiza wpływu rezystancji wejściowej woltomierza wygląda następująco:



W układzie po lewej stronie rysunku przyjęto, że woltomierz jest przyrządem idealnym, a więc jego rezystancja jest nieskończenie duża. Zgodnie z prawem Ohma i zasadą szeregowegołączenia rezystorów układ pobiera ze źródła napięciowego prąd o natężeniu równym:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

Spadki napięcia na rezystorach  $R_1$  oraz  $R_2$  wynoszą odpowiednio:

$$U_1 = I \cdot R_1 = E \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_2 = I \cdot R_2 = E \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Mamy więc do czynienia z dzielnikiem napięcia. Dobierając rezystancje  $R_1$  oraz  $R_2$ , możemy dowolnie rozdzielać napięcie pomiędzy te dwa rezystory. Przyjmując teraz, że zastosowany woltomierz ma skończoną rezystancję wejściową  $R_v$ , natężenie prądu płynącego ze źródła wyniesie:

$$I' = \frac{E}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_v}}} = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_v}{R_2 + R_v}}$$



Napięcia na opornikach po uwzględnieniu rezystancji woltomierza będą więc równe:

$$U'_1 = I' \cdot R_1 = \frac{E \cdot R_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_v}{R_2 + R_v}}$$
$$U'_2 = I' \cdot \frac{R_2 \cdot R_v}{R_2 + R_v} = \frac{E \cdot \frac{R_2 \cdot R_v}{R_2 + R_v}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_v}{R_2 + R_v}}$$

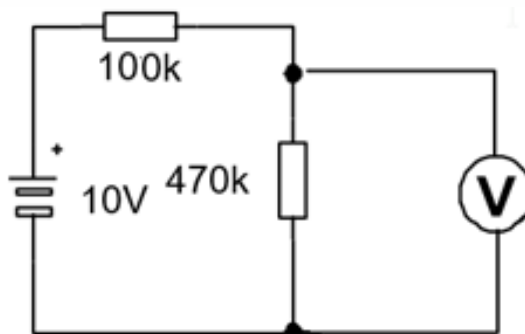
**Błąd względny metody** dla pomiaru napięcia na rezystorze R2 będzie tym samym równy:

$$\delta_{\text{metody}} = \frac{U_2 - U'_2}{U_2} = 1 - \frac{E \cdot \frac{R_2 \cdot R_v}{R_2 + R_v}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_v}{R_2 + R_v}} \cdot \frac{R_1 + R_2}{E \cdot R_2} = 1 - \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_v}}$$

### 3. Przebieg ćwiczenia

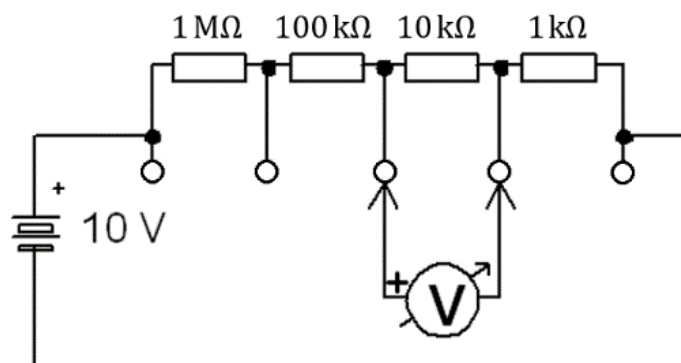
**UWAGA! Przed włączeniem zasilania na stanowisku należy pokazać prowadzącemu zmontowany układ pomiarowy i uzyskać zgodę na rozpoczęcie pomiarów.**

1. Korzystając z dwóch rezystorów umieszczonych w dolnym rzędzie płytkina stanowisku, dokonać pomiaru napięcia w układzie jak na rysunku. Wskazówka: montując układ, podłączyć najpierw rezystory do zasilacza, a woltomierz dołączyć na końcu.



Pomiaru dokonać kolejno (osobno) wszystkimi dostępnymi na stanowisku laboratoryjnym przyrządami na najbardziej optymalnym zakresie. Wyjaśnić różnicę wskazań.

2. Wyliczyć, jakie będzie wskazanie drugiego woltomierza dołączonego równolegle do tego z poprzedniego rysunku. Przyjąć, że oba woltomierze to multimetry Agilent 34401A. Ich rezystancję wewnętrzną odczytać z karty katalogowej dostępnej na stanowisku.
3. Sprawdzić eksperymentalnie wartość wyliczoną w pkt. 2.
4. Multimetrem Agilent 34401A dokonać pomiaru napięć kolejno na każdym z rezystorów w układzie jak na rysunku:

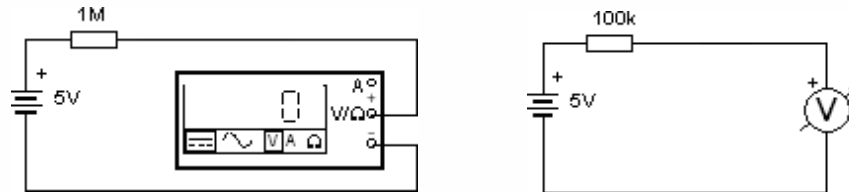


Drugim multimetrem Agilent 34401A monitorować cały czas napięcie wyjściowe zasilacza.

5. Porównać sumę napięć na poszczególnych rezystorach z napięciem zmierzonym na zaciskach zasilacza. Wyjaśnić różnicę wskazań. Wskazówka: nie wynika to z niepewności przyrządów pomiarowych!



6. Zestawić kolejno układy jak na rysunku, używając rezystora zmiennego (dekadowego), ustawionego początkowo na wartość tak jak na schemacie. Rysunek po lewej stronie dotyczy przyrządu cyfrowego, a po prawej – analogowego.



Napięcie wyjściowe zasilacza monitorować cały czas multimetrem Agilent 34401A. Dokonać pomiaru rezystancji wewnętrznej kolejno wszystkich dostępnych woltomierzy na wszystkich zakresach DC. Pomiaru dokonujemy poprzez zmianę wartości rezystora dekadowego aż do momentu, gdy woltomierz wskaże połowę napięcia zasilacza. Rezystancja rezystora dekadowego będzie w tym przypadku równa rezystancji wejściowej woltomierza (stworzyliśmy dzielnik napięciowy o współczynniku  $k = 0,5$ ). Wynik pomiaru porównać z rezystancją odczytaną z kart katalogowych.

7. Za pomocą omomierza w multimetrze Agilent 34401A (funkcja  $\Omega-2W$ ) dokonać pomiaru rezystancji wewnętrznej wszystkich amperomierzy na stanowisku (na wszystkich zakresach stałoprądowych tych amperomierzy). Czy rezystancja amperomierza zmienia się wraz ze zmianą zakresu? Oszacować niepewność zmierzonej rezystancji korzystając z karty parametrów omomierza.