



**Katedra
Nanometrologii**

ĆWICZENIA:
PODSTAWY METROLOGII

6. POMIARY IMPEDANCJI

W12IEA-SI0003C

[wzn.pwr.edu.pl/materialy-
dydaktyczne/podstawy-metrologii](http://wzn.pwr.edu.pl/materialy-dydaktyczne/podstawy-metrologii)

1. Wstęp

Impedancja to kluczowy parametr w elektryce i elektronice, który opisuje opór, jaki napotyka prąd przemienny (AC) w obwodzie elektrycznym. Można ją postrzegać jako bardziej zaawansowaną wersję rezystancji, która uwzględnia zarówno opór rzeczywisty, jak i efekty związane z magazynowaniem energii w polach elektrycznych i magnetycznych

1.1. Impedancja

Impedancja (Z) to wielkość zespolona, która opisuje, jak prąd reaguje na napięcie w obwodzie. Składa się z dwóch składników:

- **Rezystancja (R):** Odpowiada za stratę energii w postaci ciepła. Jest to stały opór, niezależny od częstotliwości.
- **Reaktancja (X):** Odpowiada za opór związany z efektami magazynowania energii w elementach takich jak kondensatory i cewki. Zależy od częstotliwości prądu.

Matematycznie:

$$Z = R + jX$$

gdzie:

- j to jednostka urojona ($j^2 = -1$),
- X może być dodatnie (indukcyjność) lub ujemne (pojemność).

Impedancję, tak jak rezystancję, wyraża się w jednostce Ohm (Ω).

Analogicznie do rezystancji i konduktancji, odwrotnością impedancji jest admitancja:

$$Y = \frac{1}{Z}$$

Admitancja jest liczbą zespoloną, jej część rzeczywista to konduktancja G , a urojona to susceptancja B .

$$Y = G + jB$$

Analogicznie, moduł admitancji, susceptancja i konduktancja wyrażane są jednostką siemens.

1.2. Reaktancja pojemnościowa i indukcyjna

Reaktancja (X) wynika z obecności elementów magazynujących energię:

- **Kondensator:** Magazynuje energię w polu elektrycznym. Jego reaktancja pojemnościowa (X_C) zmniejsza się wraz ze wzrostem częstotliwości prądu:

$$X_C = -\frac{j}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C}$$

gdzie $\omega = 2\pi f$ to pulsacja, a C to pojemność. Z niniejszej zależności widać, że reaktancja pojemnościowa maleje ze wzrostem częstotliwości, co w praktyce ma swój objaw w zachowaniu kondensatora w obwodzie zauważalny w ten sposób, że bardzo małych częstotliwościach impedancja kondensatora jest bardzo duża, natomiast ze wzrostem częstotliwości maleje asymptotycznie do zera (przy pewnej częstotliwości znacząca staje się jedynie rezystancja szeregową kondensatora).

- **Cewka:** Magazynuje energię w polu magnetycznym. Jego reaktancja indukcyjna (X_L) rośnie wraz z częstotliwością:

$$X_L = j\omega L$$

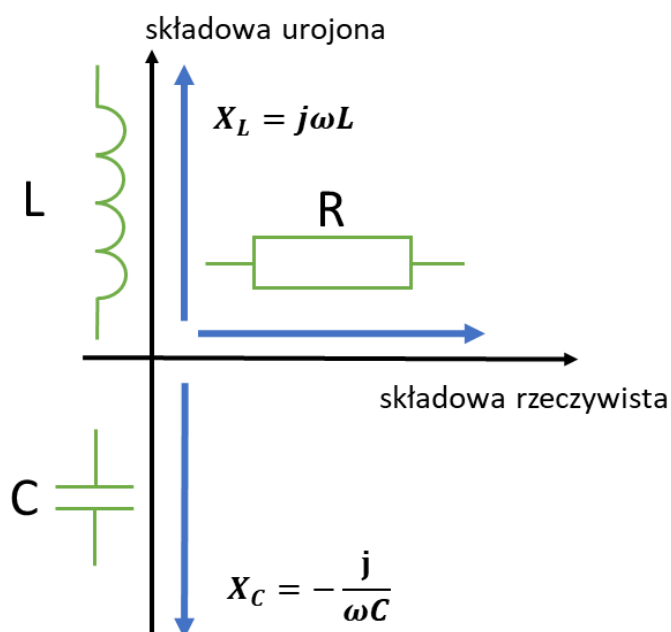
gdzie L to indukcyjność. Z niniejszej zależności wynika, że przy bardzo niskich częstotliwościach reaktancja indukcyjna jest pomijalna, a znaczenie może mieć tylko rezystancja szeregową (pasożytnicza), natomiast wraz ze wzrostem częstotliwości, reaktancja pojemnościowa rośnie liniowo. Dlatego też najmniejszy wpływ na działanie obwodu mają prądy stałe, gdzie dominować zaczyna pasożytnicza rezystancja szeregową.

1. 3. Prąd przemienny a impedancja

W prądzie przemiennym napięcie i prąd są zwykle przesunięte w fazie. Impedancja determinuje zarówno wielkość tego przesunięcia, jak i amplitudę prądu.

- Jeśli w obwodzie dominuje rezystancja (R), prąd i napięcie są w fazie.
- Jeśli dominuje reaktancja:
 - Indukcyjna powoduje przesunięcie prądu w fazie w tył (opóźnienie),
 - Pojemnościowa powoduje przesunięcie prądu w fazie w przód.

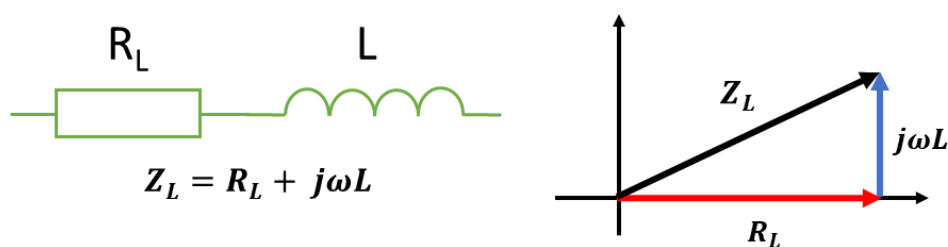
Wizualizując wartości rzeczywiste i urojone rezystancji oraz reaktancji w układzie kartezjańskim, można ich relacje przedstawić w następujący sposób:



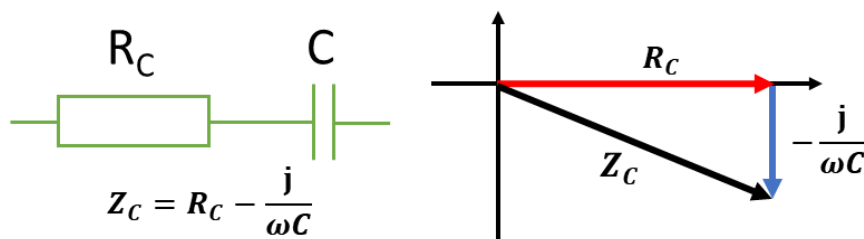
Jak widać, wektory reaktancji są przeciwstawne, co w przypadku przedstawionej poniżej geometrycznej interpretacji metody wyznaczania impedancji, skutkować będzie ich wzajemnym się odejmowaniem.

Rozważając idealne podzespoły, możemy uznać że opornik reprezentowany może być w analizie obwodu jedynie przez rezystancję, kondensator przez pojemność, a cewka przez indukcyjność. W rzeczywistych sytuacjach podzespoły te mogą mieć także parametry pasożytnicze, które również należy uwzględniać. Kondensatory i cewki mają rezystancje szeregowe, a oporniki mogą również ujawniać charakter indukcyjny (gdy są wykonane z nawiniętego drutu oporowego). Wartości pasożytnicze w pewnym przedziale częstotliwości mogą być pomijalne podczas gdy w innym zakresie częstotliwości mieć istotny wpływ na działanie obwodu elektrycznego. Konstruując obwód pracujący w określonym zakresie częstotliwości należy więc zweryfikować, jakie parametry mają poszczególne podzespoły, i czy parametry pasożytnicze nie wpłyną znacząco (negatywnie) na działanie całego układu.

Połączenie szeregowe rezystancji oraz reaktancji indukcyjnej daje impedancję o charakterze indukcyjnym.

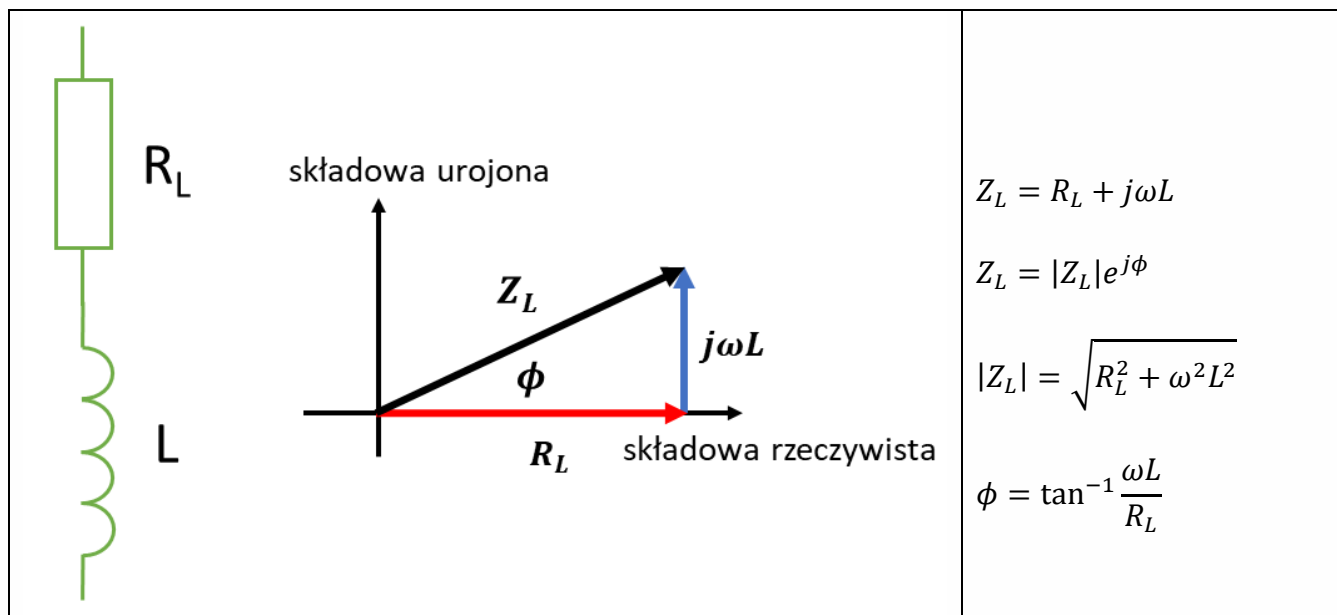


Połączenie szeregowe rezystancji oraz reaktancji pojemnościowej daje impedancję o charakterze pojemnościowym.

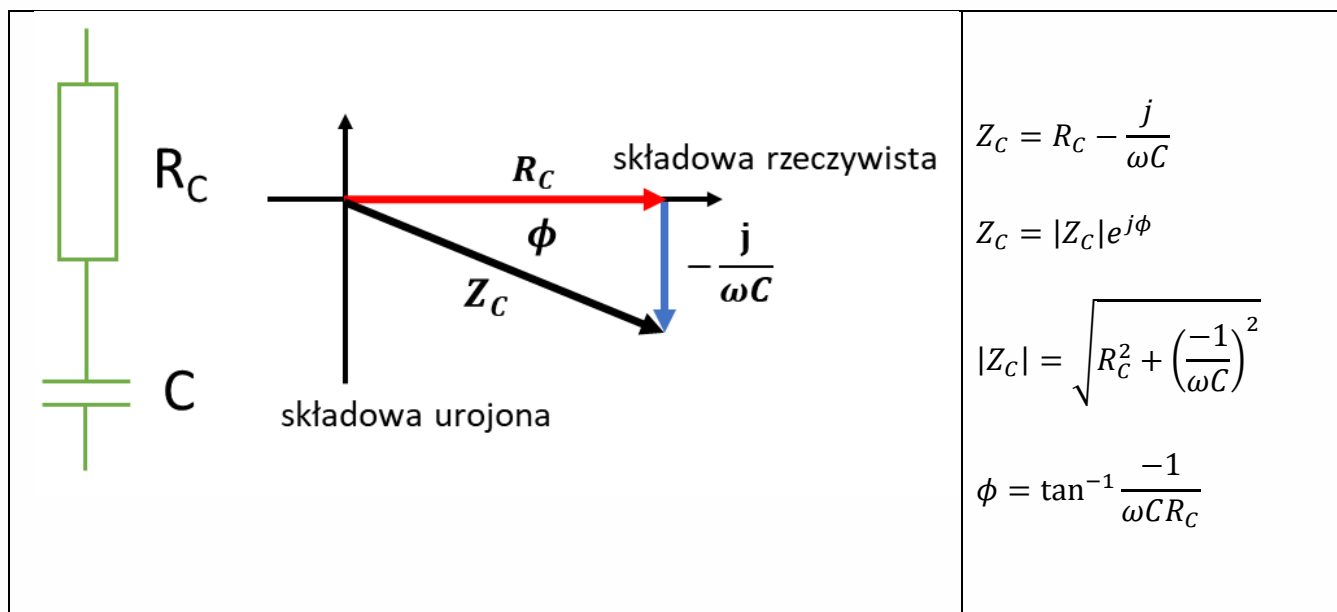


Dysponując powyższym aparatem pojęciowym, można wskazać, że używając różnych sposobów zapisu, po przekształceniach można doprowadzić do następujących zależności, pozwalających operować także kątem przesunięcia między wektorem rezystancji i impedancji (ϕ) będącym jednocześnie przesunięciem fazowym między wskazami prądu i napięcia w obwodzie. Jak wcześniej wspomniano, cewki oraz kondensatory gromadzą energię, co skutkuje tym, że w układach prądu przemiennego w sposób ciągły naprzemiennie pobierają i oddają energię. To zjawisko powoduje przesunięcie przebiegu prądowego względem przebiegu napięciowego.

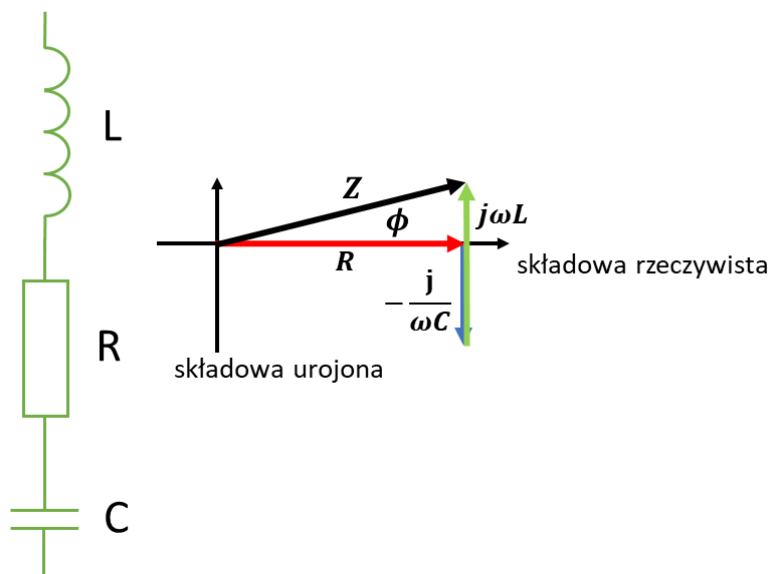
Opis szeregowego obwodu rezystancja – indukcyjność:



Opis szeregowego obwodu rezystancja – pojemność:



W obwodzie zawierającym pojemność oraz indukcyjność, równowaga między reaktancjami może prowadzić do rezonansu, gdzie impedancja jest minimalna i prąd osiąga maksimum. To zjawisko ma kluczowe znaczenie w radiotechnice i elektronice komunikacyjnej.



W przypadku złożonych obwodów bazujących na równoległych i szeregowych połączeniach elementów R, L i C, wyznaczanie impedancji zastępczej Z_Z realizuje się jak analogicznie jak w przypadku połączenia rezystorów.

	Połączenie szeregowe	Połączenie równoległe
Z	$Z_Z = \sum_{i=1}^n Z_i$	$\frac{1}{Z_Z} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{Z_i}$

Konsekwentnie, wypadkowy moduł impedancji wyznacza się, z uwzględnieniem wcześniej omówionych właściwości. Przykładowe zależności podano poniżej.

	Połączenie szeregowe	Połączenie równoległe
R L C	$ Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$ Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}}$
R C	$ Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{-1}{\omega C}\right)^2}$	$ Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + (-\omega C)^2}}$
R L	$ Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$	$ Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}}$

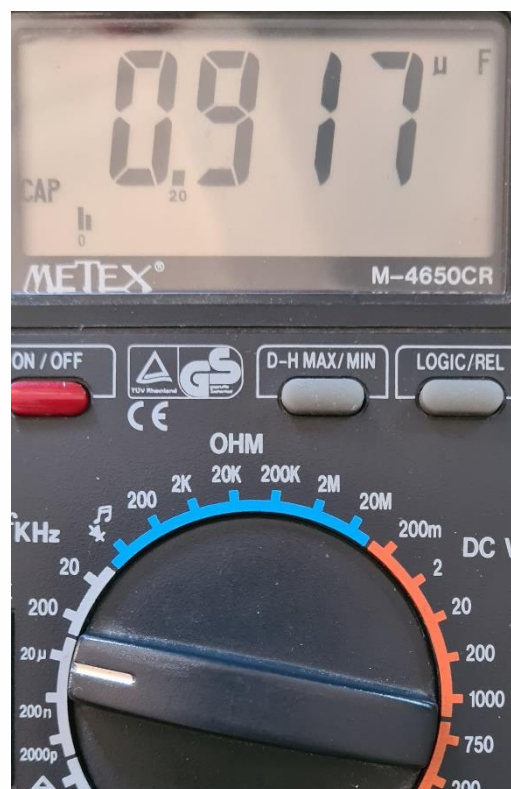
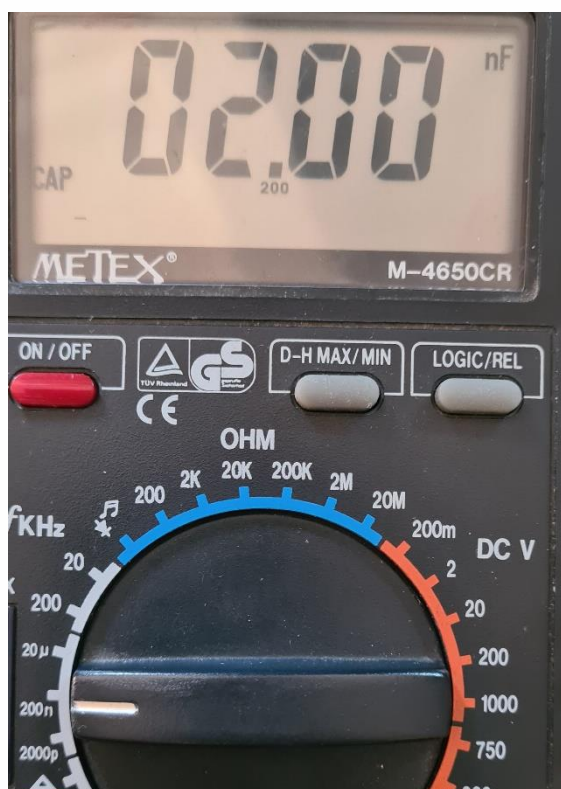
Obecność składowych reaktancyjnych w obwodach prądu przemiennego ma także swoje dalsze konsekwencje w postaci pobierania ze źródła zasilania mocy czynnej (związanej z obciążeniem rezystancyjnym), mocy biernej (związanej z obciążeniem reaktancyjnym) oraz mocy pozornej (związanej z impedancją).

2. Przykładowe zadania

Zadanie 1

Multimetrem cyfrowym M-4560CR zmierzono wartość pojemności. Wyniki pomiarów znajdują się poniżej. Wyznacz błąd bezwzględny i względny pomiaru. Zapisz wynik pomiaru zgodnie z zasadami.

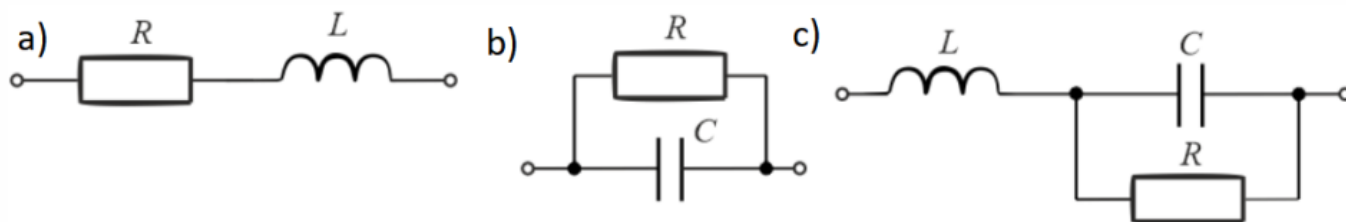
		RANGE	ACCURACY	RESOLUTION
M-4650CR	FREQUENCY	20KHz 200KHz	$\pm 2.0\%$ of rdg + 5 dgt	1Hz 10Hz
	CAPACITANCE	2000pF 200nF	$\pm 2.0\%$ of rdg + 20dgt	0.1pF 10pF
		20 μ F	$\pm 3.0\%$ of rdg + 30dgt	1nF



Zadanie 2

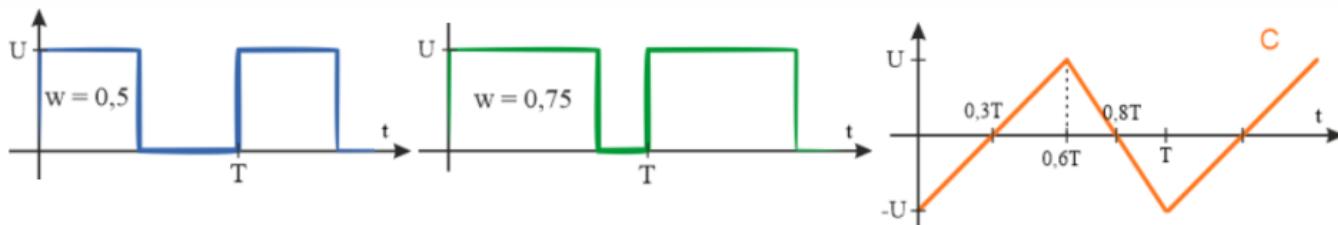
$R = 10\Omega$; $L = 50\text{mH}$; $C = 100\mu\text{F}$; $f = 1\text{kHz}$.

Wyznacz zastępczą impedancję, admitancję, moduł impedancji i kąt przesunięcia fazowego:



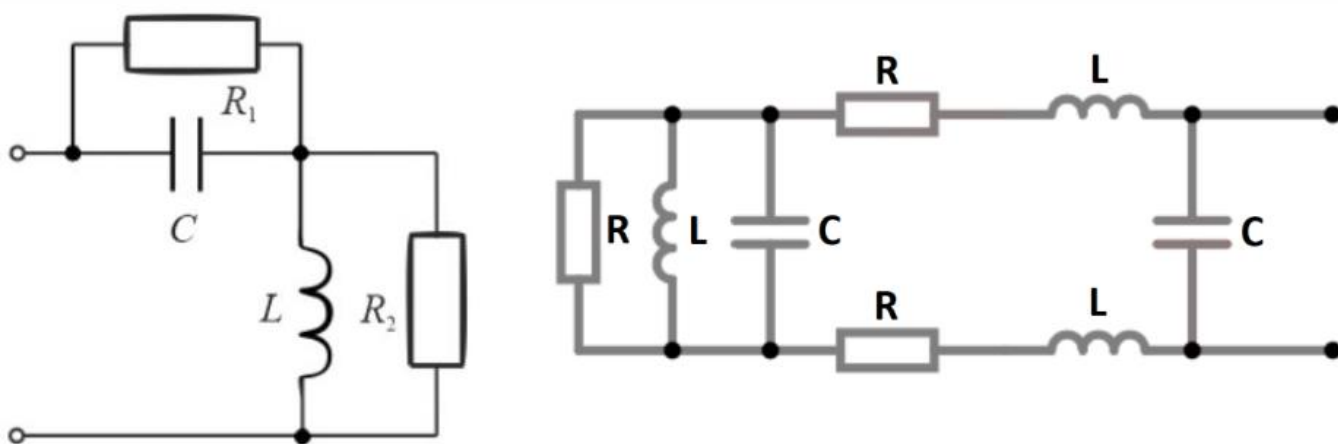
Zadanie 3

Wyznacz wartość międzyszczytową oraz średnią dla tych przebiegów. Wartość napięcia U na każdym z wykresów wynosi $2V$; w – współczynnik wypełnienia; T – okres.



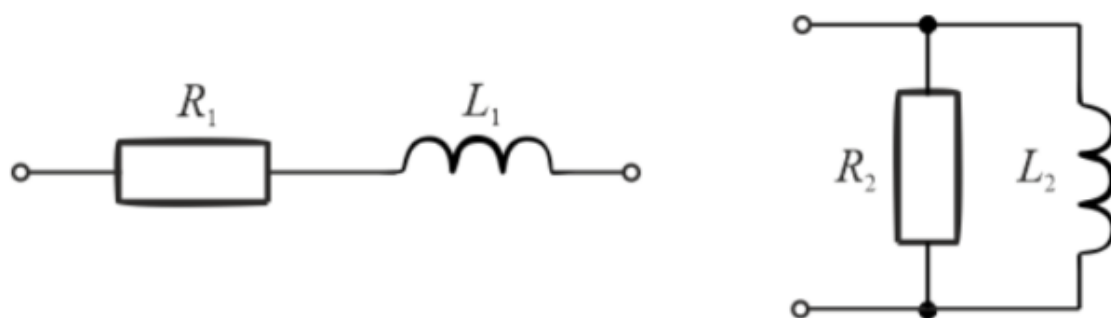
Zadanie 4

Oblicz impedancje zastępczą układu:



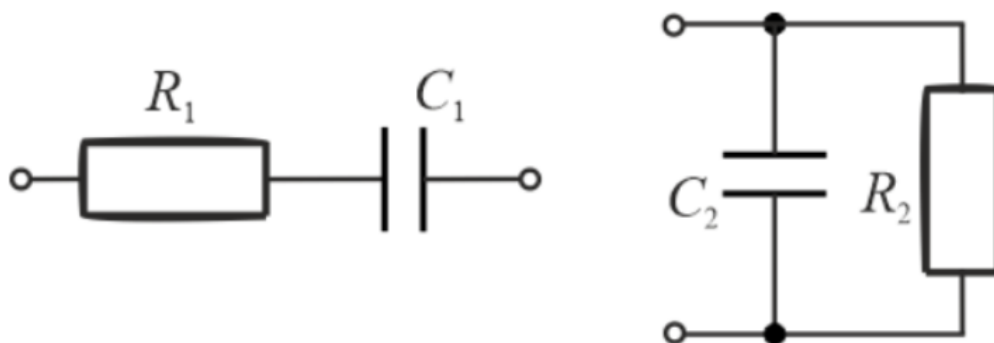
Zadanie 5

Na rysunku przedstawiono schematy zastępcze rzeczywistej cewki indukcyjnej w połączeniu szeregowym i równoległym. Mając dane $L_2=2H$ i $R_2=40\Omega$ wyznaczyć R_1 oraz L_1 , dla których oba schematy są równoważne. Do zacisków układu przyłożono napięcie sinusoidalne. Częstotliwość wynosi $f=20Hz$.



Zadanie 6

Na rysunku przedstawiono schematy zastępcze rzeczywistego kondensatora: szeregowy i równoległy. Mając dane $C_2=100\text{nF}$ i $R_2=2,5\text{k}\Omega$ wyznaczyć R_1 oraz C_1 , dla których oba schematy są równoważne. Napięcie na zaciskach jest sinusoidalne, a jego faza początkowa jest równa zero. Częstotliwość wynosi $f=500\text{Hz}$.



Zadanie 7

Wyznacz impedancję zespoloną dla układu przedstawionego na schemacie poniżej dla zacisków ab .

