

# Laboratorium Półprzewodniki, Dielektryki i Magnetyki

## Ćwiczenie 8

### Analiza właściwości zmiennoprądowych materiałów i elementów elektronicznych

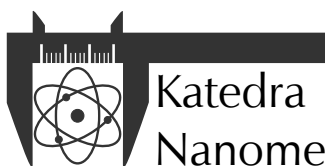
dr hab. inż. Tomasz Piasecki, prof. PWr ([tomasz.piasecki@pwr.edu.pl](mailto:tomasz.piasecki@pwr.edu.pl))

## Zagadnienia do przygotowania

1. Obsługa programu ZView
2. Znajomość pojęć: impedancja, admitancja, rezystancja, reaktancja, konduktancja, susceptancja, ekwiwalentna pojemność szeregową i równoległą (patrz też instrukcja do ćwiczenia 7)
3. Charakterystyki częstotliwościowe elementów R, L i C oraz ich podstawowych połączeń szeregowych i równoległych
4. Admitancja elementu stałofazowego CPE i Warburga
5. Zjawisko relaksacji dielektrycznej
6. Elektryczne modele równoważne relaksacji dielektrycznych wraz ze znaczeniem poszczególnych elementów i ich wpływem na kształt widma

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>1</b>
1.1	Analiza widm impedancji za pomocą modelowania elektrycznymi obwodami równoważnymi . . . . .	1
1.2	Podstawowe elementy składowe obwodów równoważnych . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Program ćwiczenia</b>	<b>3</b>



Katedra  
Nanometrologii

Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów  
Politechnika Wrocławska

# 1 Wstęp

## 1.1 Analiza widm impedancji za pomocą modelowania elektrycznymi obwodami równoważnymi

Widma impedancji, czyli zależność impedancji od częstotliwości wyznaczone zazwyczaj w szerokim zakresie częstotliwości, mogą być analizowane graficznie bądź za pomocą elektrycznych obwodów równoważnych.

Struktura takich obwodów równoważnych musi być dostosowana do badanego obiektu. Na przykład, gdy jest nim kondensator rzeczywisty wtedy obwód równoważny będzie zawierał kondensator idealny z odpowiednio dołączonymi do niego elementami pasożytniczymi (rezystancja i indukcyjność doprowadzeń, rezystancja upływu itp).

Zjawiska fizyczne zachodzące w materiale, z którego wytworzony jest badany obiekt, pod wpływem pola elektrycznego również mają swoje analogi w postaci obwodów równoważnych. Na wykładzie Dielektryki i Magnetyki przedstawiono mechanizmy relaksacji dielektrycznej wynikającej z polaryzacji Maxwella - Wagnera oraz typu Debajowskiego. Każda z nich ma swój obwód równoważny, którym należy analizować widmo impedancji.

W trakcie wykonywania ćwiczenia „Badanie materiałów metodą spektroskopii impedancyjnej” mierzone były widma impedancji próbek modelowych, których widma impedancji odpowiadają jednemu z wyżej podanych zjawisk, z dodatkowymi elementami pasożytniczymi (np. rezystancja szeregową czy rezystancja upływu stałoprądowego). Należy potrafić na podstawie kształtu widma impedancji przedstawionego w różnych układach współrzędnych potrafić zdecydować o strukturze i wartościach elementów obwodu równoważnego.

## 1.2 Podstawowe elementy składowe obwodów równoważnych

W tym rozdziale przyjęto, że czytelnikowi znane są następujące pojęcia:

- z zakresu liczb zespolonych: liczba zespolona, postać algebraiczna oraz wykładnicza liczby zespolonej, moduł i argument liczby zespolonej,
- z zakresu elektrotechniki: pojęcie impedancji  $Z$  (oraz rezystancji  $R$  i reaktancji  $X$ ), admitancji  $Y$  (oraz konduktancji  $B$  i susceptancji  $G$ ).

Przy analizie widm impedancyjnych oraz przy konstruowaniu modeli równoważnych niezbędna jest wiedza na temat widm impedancji i admitancji elementów, z których modele równoważne się składają, czyli między innymi idealnego rezystora, kondensatora oraz induktora. Kształt widm bezpośrednio wynika z równań, które matematycznie opisują te wielkości (Tabela 1)

Tabela 1: Wartości impedancji i admitancji podstawowych elementów składowych elektrycznych modeli równoważnych, oraz ich moduły i argumenty w funkcji częstotliwości kołowej (pulsacji)  $\omega = 2\pi f$

element		R	L	C
impedancja	$Z$	$R$	$j\omega L = \omega L \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$	$-j\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}}$
	$ Z $	$R$	$\omega L$	$\frac{1}{\omega C}$
	$\arg(Z)$	0	$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$	$-\frac{\pi}{2} = -90^\circ$
admitancja	$Y$	$\frac{1}{R}$	$-j\frac{1}{\omega L} = \frac{1}{\omega L} e^{-j\frac{\pi}{2}}$	$j\omega C = \omega C \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$
	$ Y $	$\frac{1}{R}$	$\frac{1}{\omega L}$	$\omega C$
	$\arg(Y)$	0	$-\frac{\pi}{2} = -90^\circ$	$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$

Wystarczy zapamiętać podstawowe wzory wytłuszczone w powyższej tabeli. Całą resztę

można sobie obliczyć wiedząc co to jest moduł i argument oraz wiedząc, że admitancja jest odwrotnością impedancji.

Przy modelowaniu z użyciem modeli równoważnych korzysta się z szeregowych lub równoległych połączeń elementów. **Impedancja szeregowego połączenia jest równa sumie impedancji połączonych elementów, natomiast admitancja elementów połączonych równolegle jest równa sumie ich admitancji.**

Skupmy się na połączeniu szeregowym rezystora  $R_S$  i kondensatora  $C_S$ . Na podstawie tabeli 1 i powyższego stwierdzenia wiemy, że jego impedancja będzie równa:

$$Z_{R_S C_S} = R_S - j \frac{1}{\omega C_S} \quad (1)$$

Wykresy obrazujące zależność tej wartości od częstotliwości kołowej  $\omega$  da się prosto przedstawić na płaszczyźnie zespolonej oraz wykresie Bodego. Składowa rzeczywista, czyli wartość na poziomej osi płaszczyzny zespolonej, jest stała, zatem wykres na płaszczyźnie zespolonej będzie pionową linią. Składowa urojona impedancji jest zmienna, zależna od częstotliwości kołowej  $\omega$ , ale zawsze ujemna, zatem na osi urojonej będą wyłącznie wartości ujemne. Widać to na odpowiednim wykresie (rys. 1). Kształt przebiegu admitancji na płaszczyźnie zespolonej już nie jest tak oczywisty. Należy obliczyć odwrotność  $Z_{R_S C_S}$  a następnie wyodrębnić z niej część rzeczywistą i urojoną. **Przeprowadź te obliczenia samodzielnie.** Uzyska się parametryczne równanie opisujące półokrąg, który również pokazano na rysunku 1. Na tym wykresie ważne są położenie końców półokręgu oraz  $\omega_{max}$ , dla której swoje ekstremum ma susceptancja.

Wykres Bodego impedancji szeregowego połączenia rezystora i kondensatora wynika wprost z wartości  $Z_{R_S C_S}$ . Na wykresie widać wyraźnie dwa zakresy częstotliwości. Dlaczego? Moduł na wykresie Bodego przedstawia się w logarytmicznym układzie współrzędnych  $\log |Z| = f(\log \omega)$ . Dla małych wartości  $\omega$  w  $Z_{R_S C_S}$  dominuje składowa urojona  $-\frac{1}{\omega C_S}$ , bo  $\omega$  jest w mianowniku, natomiast dla dużych  $\omega$  składowa rzeczywista. Logarytm modułu składowej urojonej jest równy:

$$\log \left( \left| -\frac{1}{\omega C_S} \right| \right) = \log \frac{1}{\omega} + \log \frac{1}{C_S} = -\log \frac{\omega}{-} \log C_S \quad (2)$$

co przekłada się na wykresie logarytmicznym na zależność opadającą liniowo wraz z  $\log \omega$ , przesuniętą w pionie o stałą wynikającą z pojemności (patrz wykres Bodego impedancji na rysunku 1. W tym przedziale częstotliwości argument przyjmuje wartość  $-90^\circ$ , ponieważ dominująca składowa urojona jest w tym wypadku ujemna.

Z kolei dla dużych  $\omega$  dominuje niezależna od częstotliwości składowa rzeczywista impedancji  $Z_{R_S C_S}$ , stąd płaski przebieg i argument równy  $0^\circ$ .

Jak wykazano, łatwo jest przedstawić na wykresie Bodego impedancję szeregowego połączenia elementów. Wiemy, że admitancja jest odwrotnością impedancji. Do sporządzenia wykresu Bodego admitancji trzeba zatem wiedzieć ile wynosi moduł i argument liczby zespolonej będącą odwrotnością liczby danej. **Do tych wniosków dojdź samodzielnie.** Pomocna jest tu wiedza z zakresu liczb zespolonych oraz tego, jak wygląda logarytm odwrotności.

Widma dla pozostałych połączeń elementów modelu przedstawiono na rysunkach 2, 3 i 4.

Dla obwodów zawierających jednocześnie trzy elementy: rezystor, kondensator oraz induktor postępuje się zasadniczo podobnie. Obwody takie nazywamy szeregowym bądź równoległym obwodem rezonansowym. W nich jednak kształt przebiegu na płaszczyźnie zespolonej to prosta bądź pełny okrąg, a na wykresie Bodego kształt zależy od dobroci  $Q$  obwodu rezonansowego. Wykresy przedstawiono na rysunkach 5 i 6. Dla nich charakterystyczną jest częstotliwość rezonansowa  $\omega_r$ , zaznaczona na płaszczyznach zespolonych. Na wykresach położenie ekstremum modułu zależy od wartości rezystora przy czym dla obwodów o dużych wartościach  $Q$  nie jest widoczny płaski odcinek, przy którym impedancja ma charakter rezystancyjny. Obwody rezonansowe o dużej dobroci gwałtownie zmieniają swoją impedancję z pojemnościowej na indukcyjną przy przekraczaniu częstotliwości rezonansowej.

## 2 Program ćwiczenia

W trakcie ćwiczenia analizuje się widma impedancji zmierzone w trakcie wykonywania ćwiczenia „Badanie materiałów metodą spektroskopii impedancyjnej” bądź wskazanych przez prowadzącego.

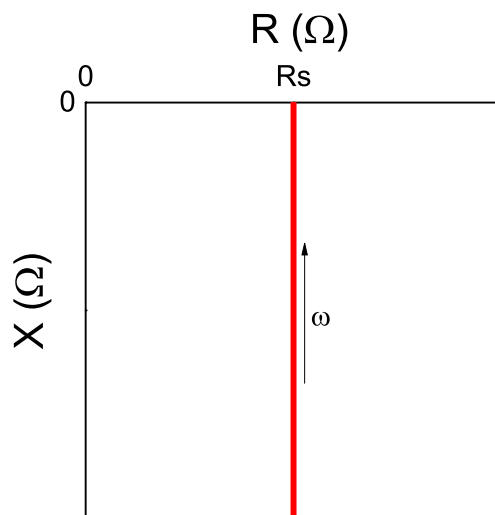
Wykonując analizy widm impedancji zmierzonych samodzielnie należy:

1. Zbudować i dopasować elektryczny dwa modele równoważne do widma impedancji obiektu zmierzonego w temperaturze zbliżonej do pokojowej. Należy przyjąć, że:
  - (a) mierzonym obiektem jest dielektryk, w którym zachodzi relaksacja dielektryczna,
  - (b) dielektryk ma wpływ stałoprądowy,
  - (c) na pomiar wpływa pasożytnicza rezystancja szeregową.Modele należy zbudować dla dwóch mechanizmów relaksacji: typu debajowskiego i Maxwella-Wagnera. Oba te modele powinny umożliwić dokładne dopasowanie widma impedancji modelu do widma zmierzonego.
2. Dopasować oba opracowane modele do widm zmierzonych przy różnych temperaturach badanego obiektu. Wartości parametrów modeli wraz z bezwzględnymi wartościami błędów dopasowania należy spisać w tabelach w programie Origin i wykreślić zależności parametrów modelu od temperatury (wraz ze słupkami błędów).
3. Wskazać mechanizm relaksacji dielektrycznej. Można tego dokonać sprawdzając, czy zależności zmian rezystancji modelu od temperatury da się wyjaśnić fizycznie. Te rezystancje, które silnie zależą od temperatury, powinny od niej zależeć liniowo (przewodnictwo metaliczne) lub powinny być liniowe na wykresie Arrheniusa (zależność  $\log R = f(T[K]^{-1})$  przy przewodnictwie półprzewodnikowym).
4. Na podstawie wartości parametrów prawidłowego modelu równoważnego obliczyć stałe czasów relaksacji dielektrycznej  $\tau$  dla wszystkich temperatur.
5. Wykreślić wykres  $\log \tau = f(T[K]^{-1})$

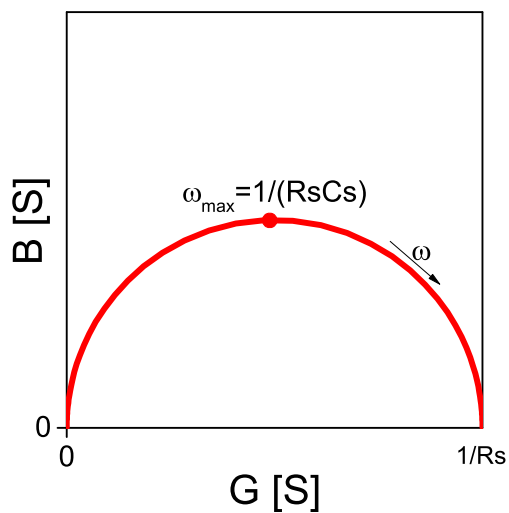
## Literatura

- [1] Wykład Dielektryki i Magnetyki.

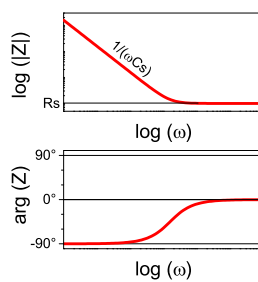
(a) zespolone  $Z$



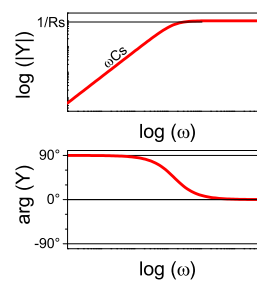
(b) zespolone  $Y$



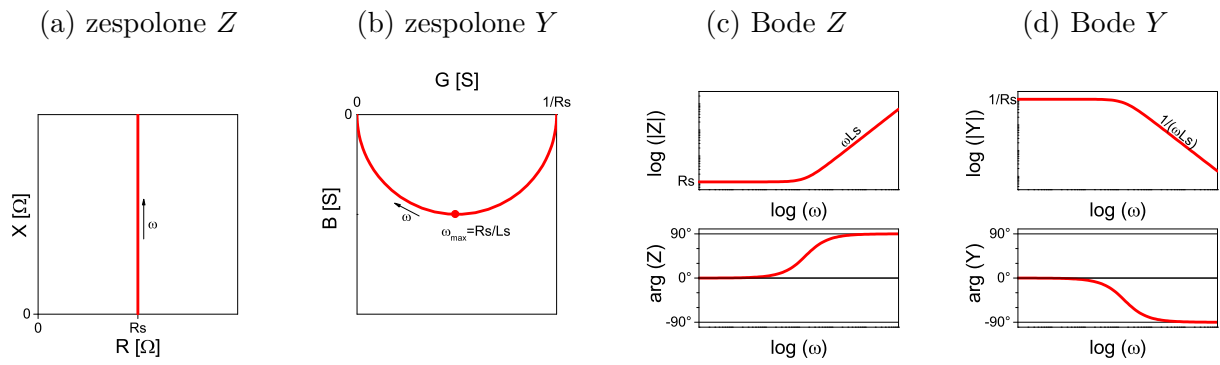
(c) Bode  $Z$



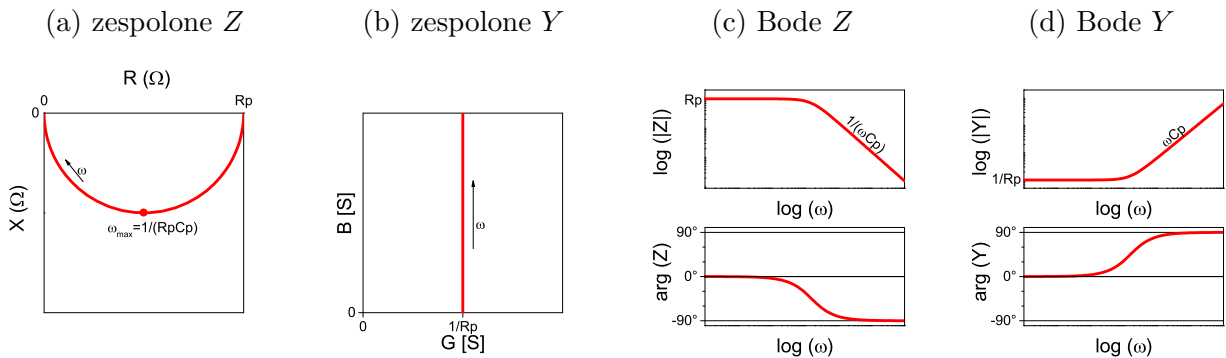
(d) Bode  $Y$



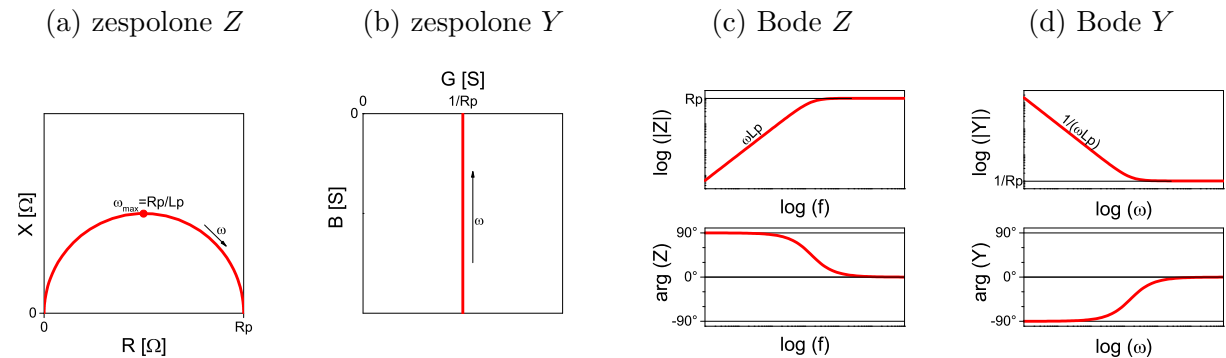
Rysunek 1: Widma impedancji i admitancji szeregowego połączenia rezystora  $R_S$  i kondensatora  $C_S$  na płaszczyźnie zespolonej (a, b) i wykresach Bodego (c, d).



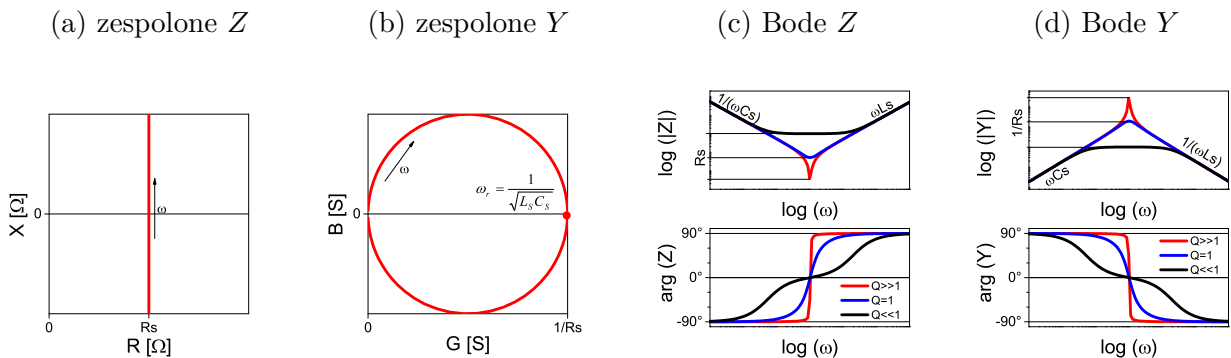
Rysunek 2: Widma impedancji i admitancji szeregowego połączenia rezystora  $R_S$  i induktora  $L_S$  na płaszczyźnie zespolonej (a, b) i wykresach Bodego (c, d).



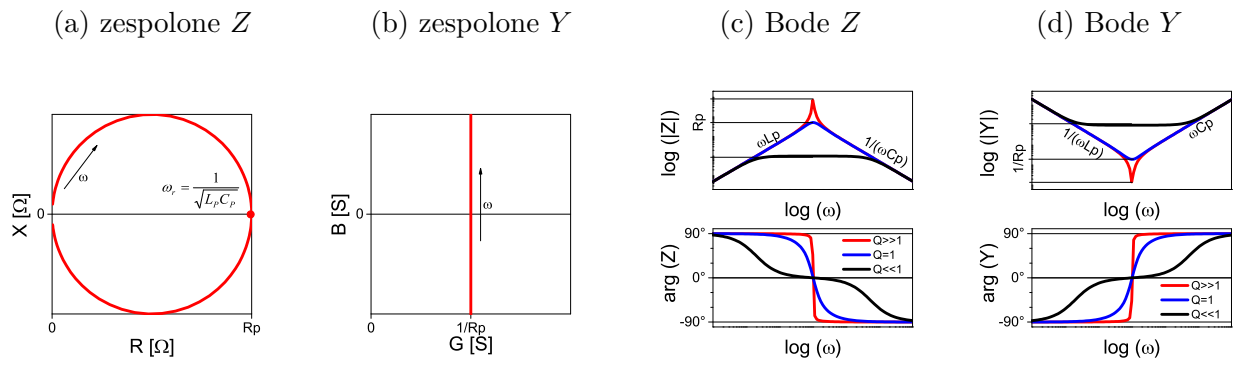
Rysunek 3: Widma impedancji i admitancji równoległego połączenia rezystora  $R_P$  i kondensatora  $C_P$  na płaszczyźnie zespolonej (a, b) i wykresach Bodego (c, d).



Rysunek 4: Widma impedancji i admitancji równoległego połączenia rezystora  $R_P$  i induktora  $L_P$  na płaszczyźnie zespolonej (a, b) i wykresach Bodego (c, d).



Rysunek 5: Widma impedancji i admitancji szeregowego obwodu  $R_S C_S L_S$  na płaszczyźnie zespolonej (a, b) i wykresach Bodego (c, d).



Rysunek 6: Widma impedancji i admitancji równoległego obwodu  $R_P C_P L_P$  na płaszczyźnie zespolonej (a, b) i wykresach Bodego (c, d).