

Komputerowe przetwarzanie sygnałów

Ćwiczenie 5

Filtry o nieskończonej odpowiedzi impulsowej (NOI)

dr hab. inż. Tomasz Piasecki, prof. PWr (tomasz.piasecki@pwr.edu.pl)

Spis treści

1	Filtracja cyfrowa - ciąg dalszy	1
2	Filtry o nieskończonej odpowiedzi impulsowej	1
2.1	Transformata Z w projektowaniu filtrów NOI	1
2.2	Filtry jednobiegunowe	3
2.3	Filtry wąskopasmowe	4
2.4	Filtry wyższych rzędów	4
3	Funkcje do przygotowania przed zajęciami	5
4	Origin - poznawane funkcje	6
5	Pytania na kartkówkę	7
6	Funkcje stworzone w trakcie realizacji poprzednich ćwiczeń	7
7	Zadania do realizacji w trakcie zajęć	7
7.1	Jednobiegunowy filtry NOI	8
7.2	Porównanie filtrów jednobiegunowych NOI	8
7.3	Filtry wielobiegunowe	8



Katedra
Nanometrologii

Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów
Politechnika Wrocławska

1 Filtracja cyfrowa - ciąg dalszy

Ćwiczenie 6 stanowi kontynuację tematyki filtracji cyfrowej. Tematem poprzedniego ćwiczenia były filtry cyfrowe o skończonej odpowiedzi impulsowej (SOI). Do realizacji bieżącego ćwiczenia niezbędne są podstawowe wiadomości o filtracji cyfrowej zawarte w rozdziale 1 instrukcji do ćwiczenia 5. Przypomnij je sobie przed przeczytaniem tej instrukcji.

2 Filtry o nieskończonej odpowiedzi impulsowej

Zasadniczą różnicą między filtrami o nieskończonej odpowiedzi impulsowej (NOI) a filtrami o skończonej odpowiedzi impulsowej (SOI) jest fakt, że do filtracji za pomocą filtrów SOI wykorzystuje się tylko próbki pobudzenia, natomiast filtry NOI wykorzystują do obliczeń wartości próbek odpowiedzi, które filtr wygenerował w przeszłości. Stąd filtry NOI nazywane są często filtrami rekursywnymi.

Działanie filtra można opisać równaniem wskazującym sposób przetwarzania sygnału wejściowego $x[n]$ który po przefiltrowaniu daje sygnał $y[n]$. Poniższe równanie jest jedną z możliwych wyrażeń definiujących sposób przetwarzania informacji przez filtr NOI.

$$a_0 y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + \dots + b_{M_b-1} x[n-M_b+1] + \\ - a_1 y[n-1] - a_2 y[n-2] - \dots - a_{M_a-1} y[n-M_a+1] \quad (1)$$

gdzie: n – numer próbki, b_k – współczynnik k -ty dla sygnału wejściowego, a_k – współczynnik k -ty dla sygnału wyjściowego, M_a to liczba współczynników a , M_b to liczba współczynników b . Zazwyczaj współczynnik $a_0 = 1$ i wtedy równanie to po prostu wskazuje, że próbka sygnału wyjściowego $y[n]$ powstaje przez zsumowanie wybranych próbek sygnału wejściowego pomnożonych przez współczynniki b_k i odjęcie próbek sygnału wyjściowego pomnożonych przez współczynniki a_k .

To samo równanie można zapisać w bardziej eleganckiej formie:

$$\sum_{k=0}^{M_a-1} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{M_b-1} b_k x[n-k] \quad (2)$$

Filtry NOI charakteryzują się gorszymi parametrami użytkowymi takimi jak tłumienie w paśmie zaporowym czy zafalowania w paśmie przepustowym, ale ze względu na niewielką liczbę współczynników, redukującą znacznie ilość niezbędnych obliczeń, odznaczają się większą łatwością implementacji gdy istotna jest szybkość działania filtra.

2.1 Transformata Z w projektowaniu filtrów NOI

Cyfrowe filtry rekursywne projektowane są z wykorzystaniem transformaty Z. Transformata ta umożliwia przekształcenie równań różnicowych (takich jak (1)) na równania algebraiczne. Jest to możliwe dzięki podanej niżej właściwości przekształcenia Z.

$$\text{jeżeli } Z\{x[n]\} = X(z), \text{ to } Z\{x[n-k]\} = z^{-k} X(z) \quad (3)$$

Jako przykład filtra NOI weźmy taki, którego równanie zapisane w dziedzinie czasu (numery próbek) ma postać:

$$y[n] = 0,1x[n] + 0,9y[n-1] \quad (4)$$

Porównując je z ogólnym równaniem filtra NOI (1) można stwierdzić, że jest to filtr NOI o współczynnikach $b_0 = 0,1$; $a_0 = 1$; $a_1 = -0,9$. Równanie (4) może dzięki transformacie Z być przekształcone do postaci w dziedzinie zmiennej z :

$$Y(z) = 0,1X(z) + 0,9z^{-1}Y(z) \quad (5)$$

i dalej:

$$Y(z) - 0,9z^{-1}Y(z) = 0,1X(z) \quad (6)$$

$$Y(z) (1 - 0,9z^{-1}) = 0,1X(z) \quad (7)$$

$$Y(z) (a_0 + a_1z^{-1}) = b_0X(z) \quad (8)$$

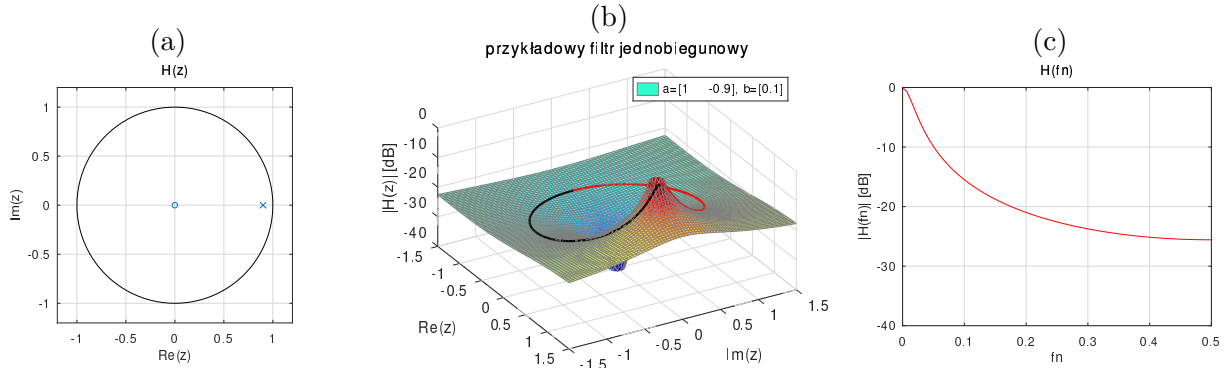
Wyrażenie to można następnie przekształcić w taki sposób, aby uzyskać transmitancję $H(z)$:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0,1}{1 - 0,9z^{-1}} = \frac{0,1z^0}{1,0z^0 + 0,9z^{-1}} = \frac{b_0z^0}{a_0z^0 + a_1z^{-1}} \quad (9)$$

Ogólnie, transmitancja $H(z)$ dowolnego filtra NOI o współczynnikach $a_0, a_1, \dots, a_{M_a-1}$ oraz $b_0, b_1, \dots, b_{M_b-1}$ jest z tymi współczynnikami bezpośrednio powiązana i wynosi:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{M_b-1} b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^{M_a-1} a_k z^{-k}} \quad (10)$$

Transmitancja $H(z)$ jest zespoloną funkcją wymierną (zarówno z jak i $H(z)$ są liczbami zespolonymi). Wielomiany licznika i mianownika mają swoje miejsca zerowe, które decydują o wartościach z dla których mówimy o, odpowiednio, zerze i biegunie transmitancji. Nasz przykładowy filtr ma zero dla $z = 0 + 0j$ i biegun dla $z = 0,9 + 0j$ ¹. Na rysunku 1 pokazano transmitancję filtra z powyższego przykładu wykreśloną na trzy sposoby:



Rysunek 1: Transmitancja przykładowego filtra: a) położenie zer (okręgi) i biegunów (krzyżyki) transmitancji na płaszczyźnie z , b) trójwymiarowy wykres obrazujący w pełni przebieg $|H(z)|$, c) charakterystyka częstotliwościowa $H(f_n)$.

Moduł transmitancji $|H(z)|$ można m. in. zilustrować na wykresie trójwymiarowym, gdzie dwa wymiary to składowe rzeczywista i urojona z , a trzeci to moduł transmitancji (rysunek 1b). W logarytmicznej osi pionowej zera przejawiają się jako dążące do $-\infty$ „dołki”, a bieguny jako dążące do $+\infty$ „górki”, przycięte tutaj do zakresu wartości na osi pionowej.

Na okręgu jednostkowym, patrząc na ten wykres z góry, znajduje się zwyczajna amplitudowa charakterystyka częstotliwościowa $H(f_n)$ filtra. Zaznaczono ją czerwoną linią na wykresie 1b. Punkt $f_n = 0$ znajduje się dla $z = 1$ a następnie zatacza ona pół okręgu przeciwnie do ruchu wskazówek zegara, aż dla $z = -1$ częstotliwość znormalizowana $f_n = f_s/2$. Charakterystykę amplitudową przykładowego filtra wykreślono na rysunku 1c.

Przebieg charakterystyki częstotliwościowej jest zatem ściśle powiązany z położeniem biegunów i zer transmitancji $H(z)$. Sam trójwymiarowy wykres jest trudny do wyrysowania i bywa

¹Potrafisz uzasadnić dlaczego?

nieczytelny, stąd bardzo często używa się diagramu jak na rysunku 1a. Jest to uproszczony widok z góry na rysunek 1b. Zaznacza się na nim położenia zer i biegunów na płaszczyźnie z . Jeśli znane są wektory współczynników a i b to diagram taki można w Octave wykreślić używając funkcji `zplane`. Funkcję tę omówiono w punkcie 4.

2.2 Filtry jednobiegunowe

Filtr jednobiegunowy posiada jeden biegun na płaszczyźnie transformaty Z . Do jego budowy za pomocą metody rekursywnej stosuje się tylko dwa² współczynniki dla filtru dolnoprzepustowego:

$$b_0 = 1 - x; a_0 = 1; a_1 = -x \quad (11)$$

oraz trzy współczynniki dla filtru górnoprzepustowego:

$$b_0 = (1 + x)/2; b_1 = -(1 + x)/2; a_0 = 1; a_1 = -x \quad (12)$$

gdzie parametr x opisuje szybkość zmian między kolejnymi próbkami i powinien mieścić się w przedziale $(0, 1)$. Z częstotliwością odcięcia f_c (równą od 0 do 0,5 częstotliwości próbkowania) filtru łączy go zależność w postaci

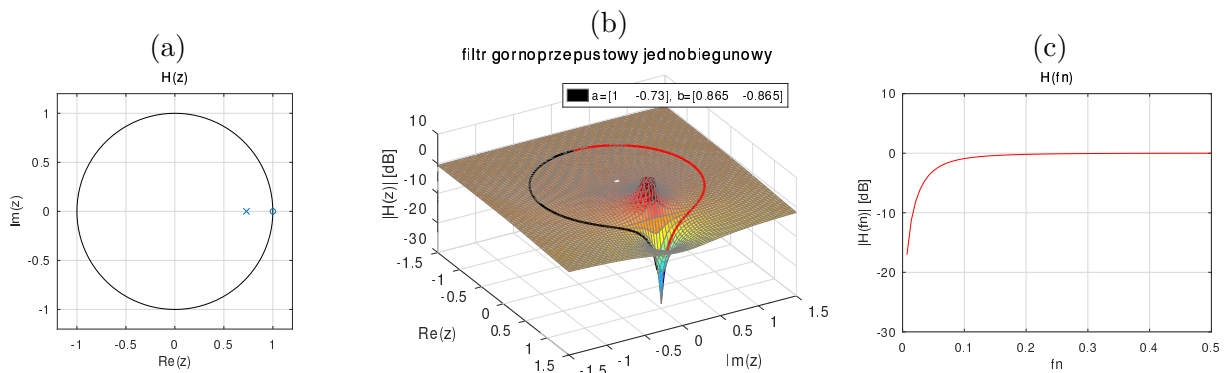
$$x = e^{-2\pi f_c} \quad (13)$$

Odpowiedź skokowa tego filtru nie ma przerzutu i dzwonienia. Parametr x umożliwia projektowanie filtru o zadanej stałej czasowej narastania d :

$$x = e^{-\frac{1}{d}} \quad (14)$$

wyrażonej w liczbie próbek.

Na rysunku 2 przedstawiono podobny zestaw charakterystyk częstotliwościowych, jak w przykładzie z poprzedniego punktu, ale dla filtru górnoprzepustowego. Porównaj ze sobą te wykresy. Zastanów się i wyciągnij wnioski dotyczące wpływu położenia zer i biegunów transmitancji na przebieg tych charakterystyk.



Rysunek 2: Transmitancja przykładowego górnoprzepustowego filtra jednobiegunowego: a) położenie zer (okręgi) i biegunów (krzyżyki) transmitancji na płaszczyźnie z , b) trójwymiarowy wykres obrazujący w pełni przebieg $|H(z)|$, c) charakterystyka częstotliwościowa $H(f_n)$.

²bo pomijamy w tej liczbie zwyczajowo równy 1 współczynnik a_0

2.3 Filtry wąkopasmowe

Filtry wąkopasmowe należą do grupy filtrów NOI, które umożliwiają wydzielenie bardzo wąskiego pasma częstotliwości z widma sygnału wejściowego. Dzielą się na filtry pasmowoprzepustowe i pasmowozaporowe. Ich współczynniki, po obliczeniu wartości K i R :

$$K = \frac{1 - 2R \cos(2\pi f) + R^2}{2 - 2 \cos(2\pi f)} \quad (15)$$

$$R = 1 - 3BW \quad (16)$$

można wyznaczyć ze wzorów:

Parametry filtru pasmowoprzepustowego:

$$\begin{aligned} b_0 &= 1 - K \\ b_1 &= 2(K - R) \cos(2\pi f) \\ b_2 &= R^2 - K \\ a_0 &= 1 \\ a_1 &= -2R \cos(2\pi f) \\ a_2 &= R^2 \end{aligned} \quad (17)$$

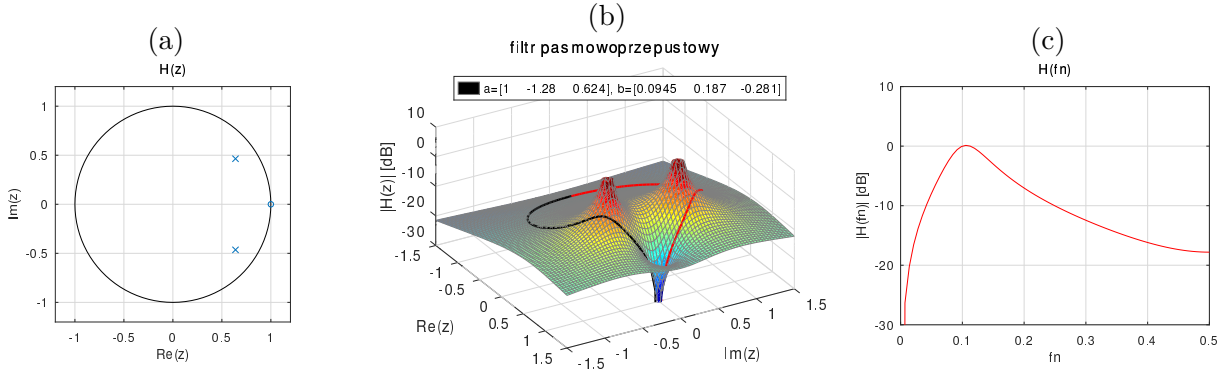
Parametry filtru pasmowozaporowego:

$$\begin{aligned} b_0 &= K \\ b_1 &= -2K \cos(2\pi f) \\ b_2 &= K \\ a_0 &= 1 \\ a_1 &= -2R \cos(2\pi f) \\ a_2 &= R^2 \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie: BW - szerokość pasma (zaporowego lub przepustowego), f - częstotliwość środkowa filtru (częstotliwość środka pasma zaporowego lub przepustowego).

UWAGA: Zarówno częstotliwość odcięcia, jak i pasmo przenoszenia filtru definiuje się jako ułamek częstotliwości próbkowania, więc ich wartości muszą mieścić się w przedziale od 0 do 0,5.

Również dla przykładowego filtra wąkopasmowego obliczono stosowne charakterystyki (rysunek 3). Popatrz, jak tu bieguny i zera ukształtowały charakterystykę częstotliwościową:



Rysunek 3: Transmitancja przykładowego filtra pasmowoprzepustowego: a) położenie zer (okręgi) i biegunów (krzyżyki) transmitancji na płaszczyźnie z , b) trójwymiarowy wykres obrazujący w pełni przebieg $|H(z)|$, c) charakterystyka częstotliwościowa $H(f_n)$.

2.4 Filtry wyższych rzędów

Istnieje wiele rodzajów filtrów NOI wyższych rzędów. Mogą one być projektowane metodami znanymi Ci z wykładu na podstawie dowolnego prototypu filtru analogowego³. Filtry projek-

³Swoją drogą, jeśli znasz transmitancję Laplasowską filtra analogowego to za pomocą pakietu Octave możesz ją przeliczyć dzięki przekształceniu biliniowemu na współczynniki filtra NOI - patrz na dokumentację funkcji

tować można również numerycznie. Przykłady tak projektowanych filtrów opisano poniżej.

Filtry Czebyszewa

Filtry Czebyszewa są filtrami które mają bardziej wąskie pasmo przejściowe ale charakteryzują się zafalowaniami w paśmie przepustowym. Im większe są zafalowania, tym węższe jest pasmo przejściowe filtru. Bez zwiększania poziomu zafalowań można zmniejszyć szerokość pasma przejściowego poprzez zwiększenie liczby biegunów filtru. Filtry Czebyszewa mają tę właściwość, że minimalizują błąd między wyidealizowaną a rzeczywistą charakterystyką filtra w zakresie częstotliwości roboczych filtra, ale osiągają to z tętnieniami w odpowiedzi częstotliwościowej. Nazwa tego typu filtru pochodzi od nazwiska Pafnutego Czebyszewa, ponieważ sposób wyliczania ich współczynników wywodzi się z wielomianów Czebyszewa.

Procedura projektowania może być zrealizowana przez algorytm numeryczny, dlatego filtry tego typu projektuje się z wykorzystaniem specjalistycznego oprogramowania. W środowisku Octave można wykorzystać funkcję `cheby1`. Szczegóły w punkcie 4.

Filtry Butterwortha

Filtr Butterwortha to rodzaj filtra zaprojektowanego tak, aby jego charakterystyka częstotliwościowa była jak najbardziej płaska w paśmie przepustowym. Jest on również określany jako filtr o maksymalnie płaskiej charakterystyce. Został on po raz pierwszy opisany w 1930 roku przez brytyjskiego inżyniera i fizyka Stephena Butterwortha. Płaskość charakterystyki w paśmie przepustowym okupiona jest relatywnie dużą szerokością pasma przejściowego.

W środowisku Octave do numerycznego projektowania filtra Butterwortha służy funkcja `butter`. Szczegóły w punkcie 4.

Filtry Bessela

Filtr Bessela jest rodzajem analogowego filtra liniowego z maksymalnie liniową odpowiedzią fazową, który zachowuje kształt fali filtrowanych sygnałów w paśmie przepustowym. Filtry Bessela są często stosowane w systemach zwrotnic audio. Nazwa filtra nawiązuje do niemieckiego matematyka Friedricha Bessela (1784-1846), który opracował teorię matematyczną, na której opiera się filtr. Filtry te są również nazywane filtrami Bessela-Thomsona w uznaniu dla W. E. Thomsona, który w 1949 roku opracował sposób zastosowania funkcji Bessela do projektowania filtrów.

W środowisku Octave do numerycznego projektowania filtra Bessela służy funkcja `besself`. Szczegóły w punkcie 4.

3 Funkcje do przygotowania przed zajęciami

Napisz funkcję w postaci:

```
function [b, a] = iir_onepole_LPF(fc)
...
a = [..., ...];
b = [...]
endfunction
```

zwracającą dwa wektory współczynników b i a filtra jednobiegunowego dolnoprzepustowego. Przepis jest w równaniu (11).

bilinear.

Napisz funkcję w postaci:

```
function [b, a] = iir_onepole_HPF(fc)
# definicja ciała funkcji
endfunction
```

zwracającą dwa wektory współczynników b i a filtra jednobiegunowego górnoprzepustowego. Przepis jest w równaniu (12).

Napisz funkcję w postaci:

```
function [b, a] = iir_onepole_LPF_tc(d)
# definicja ciała funkcji
endfunction
```

która będzie wyznaczać współczynniki dolnoprzepustowego filtra jednobiegunowego o stałej czasu narostu wynoszącej d próbek. Przepis też masz w odpowiednich równaniach.

Napisz funkcje w postaci:

```
function [b, a] = iir_narrow_BF(fc, BW)
# definicja ciała funkcji
endfunction
```

oraz

```
function [b, a] = iir_narrow_NF(fc, BW)
# definicja ciała funkcji
endfunction
```

wyznaczające współczynniki, odpowiednio, pasmowoprzepustowego i pasmowozaporowego filtra wąskopasmowego, gdzie fc to znormalizowana częstotliwość środkowa, a BW to szerokość pasma przenoszenia filtra.

Działanie tych funkcji przetestuj dając jako argument przykładowe stałe czasu typu 0,1 czy 0,2, stałą czasu narostu równą kilka próbek czy szerokość pasma wynoszącą 0,02 czy podobną wartość. Czy zwracane wartości współczynników zgadzają się z wartościami obliczonymi przez Ciebie ręcznie?

4 Origin - poznawane funkcje

`zplane(b, a)` - funkcja rysująca na bieżącym rysunku diagram pokazujący położenie zer i biegunów transmitancji filtra NOI na płaszczyźnie z .

`[b,a] = cheby1(n, rp, w)` - funkcja projektująca dolnoprzepustowy filtr Czebyszewa rzędu n , o poziomie zafalowań (ripple) w paśmie przepustowym rp decybeli i częstotliwości odcięcia f'_c równej w . Uwaga! W funkcji tej i innych wbudowanych w Octave do projektowania filtrów używa się f'_c czyli konwencji normalizowania częstotliwości odcięcia przez częstotliwość Nyquista! W skrócie - podać tam musisz dwukrotnie większą liczbę, niż f_c jakie znasz z wykładu, książki Richarda Lyonsa czy własnych funkcji.

Funkcja ta może być również wywoływana z innymi argumentami, np. podanie jako czwartego argumentu `'high'` spowoduje zaprojektowanie filtra górnoprzepustowego. Szczegóły w pomocy pakietu Octave.

`[b,a] = butter(m w)` - funkcja obliczająca współczynniki filtra Butterwortha rzędu n i częstotliwości odcięcia f'_c równej w . Funkcja ta może być również wywoływana z innymi argumentami, szczegóły w pomocy pakietu Octave.

`[b,a] = besself(n, w, "z")` - funkcja obliczająca współczynniki filtra Bessela na płaszczyźnie z rzędu n i częstotliwości odcięcia f'_c równej w . Funkcja ta może być również wywoływana z innymi argumentami, szczegóły w pomocy pakietu Octave.

5 Pytania na kartkówkę

1. Jakie wartości będą na osi odciętych dla charakterystyk czasowych a jakie dla częstotliwościowych?
2. Jak będą wyglądały osie odciętych charakterystyk czasowych i częstotliwościowych filtrów cyfrowych przetwarzających sygnały próbkowane z częstotliwością 1 kHz?
3. Jaką częstotliwość odcięcia w hercach będzie miał dolnoprzepustowy filtr NOI, jeżeli zaprojektowano go dla częstotliwości odcięcia znormalizowanej $f_c=0,1$, a częstotliwość próbkowania filtrowanego sygnału wynosi $f_s=1\text{kHz}$?
4. Dla jakiej częstotliwości odcięcia należy zaprojektować dolnoprzepustowy filtr NOI, aby z sygnału próbkowanego z częstotliwością $f_s=1\text{kHz}$ usunąć wszystkie składowe powyżej 200 Hz?
5. Jak poprawić tłumienie w paśmie zaporowym filtru jednobiegunowego?
6. Zaprojektuj filtr jednobiegunowy górnoprzepustowy o częstotliwości odcięcia 0,1.
7. Zaprojektuj filtr jednobiegunowy dolnoprzepustowy o częstotliwości odcięcia 0,2.
8. Zaprojektuj filtr jednobiegunowy górnoprzepustowy o stałej czasowej równej 3 próbkom.
9. Zaprojektuj filtr jednobiegunowy dolnoprzepustowy o stałej czasowej równej 2 próbkom.
10. Dany jest filtr NOI o współczynnikach: $b_0 = 0,75$, $a_0 = 1$, $a_1 = -0,25$. Oblicz ręcznie wartości pierwszych pięciu próbek jego odpowiedzi impulsowej i skokowej.
11. Wykreśl odpowiedź skokową filtra z poprzedniego zadania. Na podstawie wykresu oszacuj wartość stałej czasu narastania odpowiedzi skokowej tego filtra wyrażoną w liczbie próbek.
12. Jak zmniejszyć szerokość pasma przejściowego filtru Czebyszewa bez zwiększania poziomu zafalowań?

Uwaga. Wartości liczbowe podane w pytaniach są przykładowe. Na kartkówce podobne zadania będą zawierały inne dane.

6 Funkcje stworzone w trakcie realizacji poprzednich ćwiczeń

`fir_sinc(fc, M, wnd)` - zaprojektowanie filtra FIR metodą okienkowanej funkcji `sinc`
`flt_freq_resp(N, b, a=1)` - obliczenie odpowiedzi częstotliwościowej filtra
`flt_imp_resp(N, b, a=1)` - obliczenie odpowiedzi impulsowej filtra
`flt_step_resp(N, b, a=1)` - obliczenie odpowiedzi skokowej filtra
`gen_cfreq(N, fs)` - generacja częstotliwości składowych widma sygnału zespolonego
`gen_delta(time)` - generacja delty Kroeneckera
`gen_gauss(time, u, s)` - generacja impulsu Gaussa
`gen_rfreq(N, fs)` - generacja częstotliwości składowych widma sygnału rzeczywistego
`gen_sin(time, fsin, A, fi)` - generacja sygnału harmonicznego
`gen_time(N, fs)` - generacja czasów próbek
`gen_triangle(time, A, tr, tf)` - generacja impulsu trójkątnego
`sig_conv(x,y)` - obliczenie splotu sygnałów
`sig_delay_N(x, Nd)` - opóźnienie sygnału
`sig_fft(x)` - obliczenie widma zespolonego dwustronnego
`sig_rdft(x)` - DFT jednostronne sygnału rzeczywistego

7 Zadania do realizacji w trakcie zajęć

W trakcie zajęć należy rozwiązać podane poniżej zadania. Za każde zadanie można otrzymać wskazaną liczbę punktów pod warunkiem, że zostanie ono całkowicie poprawnie zrealizowane.

7.1 Jednobiegunowy filtry NOI

Przygotuj skrypt który obliczy współczynniki jednobiegunowego filtra NOI zaczynając od wskazanego przez prowadzącego zajęcia. Przykładowo może to być filtr dolnoprzepustowy o częstotliwości odcięcia podanej przez prowadzącego, z zakresu 0,05 - 0,3. Dobrze, jeżeli skrypt wyprowadza na konsolę wektory współczynników filtra, by można je było zanotować.

Następnie skrypt powinien wykreślić charakterystyki impulsową i skokową w dziedzinie czasu. Dobierz długość charakterystyk tak, aby w widoczny sposób pokazać całą interesującą część tych charakterystyk.

W dalszej części skrypt powinien wykreślać odpowiedź amplitudową w skali decybelowej i fazową, rozwiniętą filtra. Dobierz skale na osi rzędnych tak, aby wyraźnie pokazać zakres, przykładowo od -60 do +5 dB.

Na koniec za pomocą funkcji Octave `zplane` wykreśl diagram położenia zer i biegunów tego filtra na płaszczyźnie z .

Zamieść w sprawozdaniu:

- założenia projektowe filtra
- wartości współczynników filtra
- równanie opisujące $H(z)$ tego filtra w postaci podobnej jak w równaniu (9).
- diagram położenia zer i biegunów; diagram skomentuj wykorzystując swoją wiedzę z wykładu o znaczeniu położenia tych osobliwości na płaszczyźnie z
- pozostałe charakterystyki filtra w dziedzinach czasu i częstotliwości; charakterystyki opisz parametrami, jakie znasz z poprzedniego ćwiczenia.

Za prawidłowe wykonanie zadania otrzymasz 1 pkt.

7.2 Porównanie filtrów jednobiegunowych NOI

Rozbuduj bądź zmodyfikuj kopie skryptu z poprzedniego punktu tak, aby uzyskać w sprawozdaniu podobny komplet wyników dla dwóch innych filtrów jednobiegunowych, według wskázówek prowadzącego. Mogą to być między innymi:

1. porównanie trzech filtrów dolnoprzepustowych projektowanych na różne częstotliwości odcięcia bądź stałe czasu
2. porównanie trzech filtrów górnoprzepustowych projektowanych na różne częstotliwości odcięcia
3. porównanie trzech filtrów pasmowoprzepustowych projektowanych na tę samą szerokość pasma ale różne częstotliwości środkowe
4. j.w. ale filtr środkowozaporowy
5. porównanie trzech filtrów pasmowoprzepustowych projektowanych na tę samą częstotliwość środkową ale różne szerokości pasma
6. j.w. ale filtr środkowozaporowy

Skomentuj obserwowane różnice i podobieństwa w zachowaniu projektowanych filtrów. Za prawidłowe wykonanie zadania otrzymasz 2 pkt.

7.3 Filtry wielobiegunowe

Znów możesz wykorzystać większość skryptu z poprzednich punktów ale tym razem porównywanymi filtrami są filtry wielobiegunowe Czebyszewa, Butterwortha i Bessela. Mogą to być między innymi porównania:

1. porównanie dwóch filtrów Czebyszewa różniących się jednym z parametrów: rząd filtra, poziom zafalowań
2. porównanie dwóch filtrów Butterwortha, różniących się rzędem filtra
3. porównanie dwóch filtrów Bessela, różniących się rzędem filtra

4. porównanie ze sobą dwóch bądź trzech typów filtrów na tę samą częstotliwość i mających ten sam rząd

Dla każdego z filtru uzyskaj komplet charakterystyk i wyznacz parametry ich odpowiedzi w dziedzinie czasu i częstotliwości. Skomentuj obserwowane podobieństwa i różnice. Czy dane typy filtrów mają te cechy, o których mowa w punkcie [2.4](#).

Za prawidłowe wykonanie zadania otrzymasz 2 pkt.