

Przetwarzanie sygnałów

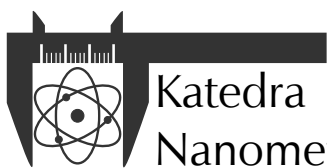
Ćwiczenie 7

Zastosowania filtrów cyfrowych

dr hab. inż. Tomasz Piasecki, prof. Uczelni (tomasz.piasecki@pwr.edu.pl)

Spis treści

1	Wstęp	1
1.1	Konwersja filtru dolnoprzepustowego SOI na górnoprzepustowy	1
1.2	Łączenie filtrów SOI	1
1.3	Filtry pasmowe SOI	2
2	Pytania i zadania na kartkówkę	3
3	Funkcje stworzone w trakcie realizacji poprzednich ćwiczeń	3
4	Zadania do realizacji	4
4.1	Złożone filtry FIR	4
4.2	Filtrowanie dźwięku	4
4.3	Filtr sinc	5



Katedra
Nanometrologii

Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów
Politechnika Wrocławska

1 Wstęp

1.1 Konwersja filtru dolnoprzepustowego SOI na górnoprzepustowy

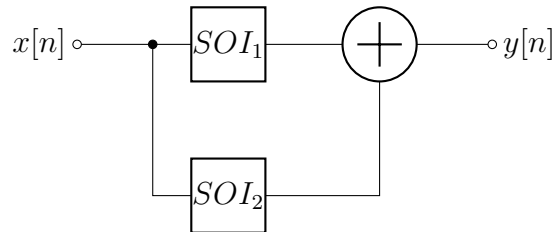
Mając do dyspozycji współczynniki filtru dolnoprzepustowego $b_{dp}[k]$, można zaprojektować filtr górnoprzepustowy $b_{gp}[k]$ o takiej samej częstotliwości odcięcia. Aby jednak metoda działała prawidłowo, współczynniki filtru muszą być znormalizowane, ich liczba musi być nieparzysta, a jego odpowiedź musi być symetryczna (faza liniowa). Wówczas współczynniki filtru górnoprzepustowego otrzymujemy z równania:

$$b_{gp}[k] = \delta \left[k - \frac{M-1}{2} \right] - b_{dp}[k] \quad (1)$$

w którym δ jest deltą Kroneckera.

1.2 Łączenie filtrów SOI

Połączenie równoległe filtrów oznacza wykonanie filtracji na tym samym sygnale pobudzenia przez obydwa filtry, a następnie dodanie otrzymanych sygnałów odpowiedzi.



Rysunek 1: Równoległe połączenie dwóch filtrów SOI

Odpowiedź $y[n]$ filtrów połączonych jak na rysunku 1 na sygnał $x[n]$ można obliczyć dodając do siebie odpowiedzi dwóch filtrów:

$$y[n] = b_1[n] * x[n] + b_2[n] * [n] \quad (2)$$

gdzie b_1 i b_2 to wartości współczynników łączonych filtrów SOI_1 i SOI_2 .

Równanie (2) można przekształcić korzystając z właściwości operacji splotu:

$$y[n] = (b_1[n] + b_2[n]) * x[n] = b[n] * [n] \quad (3)$$

Zatem ten sam efekt można uzyskać przeprowadzając operację filtracji jednym filtrem równoważnym o współczynnikach $b[n]$ uzyskanych w wyniku dodawania współczynników filtrów łączonych równoległe $b_1[n] + b_2[n]$.

Da się to prosto zrobić, jeżeli oba filtry mają tę samą liczbę współczynników. Jeśli tak nie jest dodawanie należy przeprowadzić wyrównaniem długości tablic współczynników w filtrze mającym mniej współczynników za pomocą zer tak, aby środkowe współczynniki (patrz na pogrubiona wartość) pokryły się. Przykład:

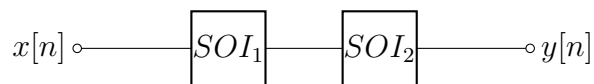
$$b_1[n] = [1 \ 2 \ \mathbf{3} \ 2 \ 1]$$

$$b_2[n] = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ \mathbf{2} \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

$$b[n] = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ \mathbf{3} \ 2 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] + [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ \mathbf{2} \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ \mathbf{5} \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

Połączenie szeregowe filtrów oznacza przeprowadzenie filtracji najpierw pierwszym filtrem, a następnie drugim, jak przedstawiono na rysunku 2. Odpowiedź $y[n]$ takiego połączenia filtrów na sygnał $x[n]$ można obliczyć z zależności:

$$y[n] = b_2[n] * (b_1[n] * x[n]) \quad (4)$$



Rysunek 2: Szeregowe połączenie dwóch filtrów SOI

Znów można korzystając z właściwości operacji splotu stwierdzić, że równanie (4) można przekształcić do:

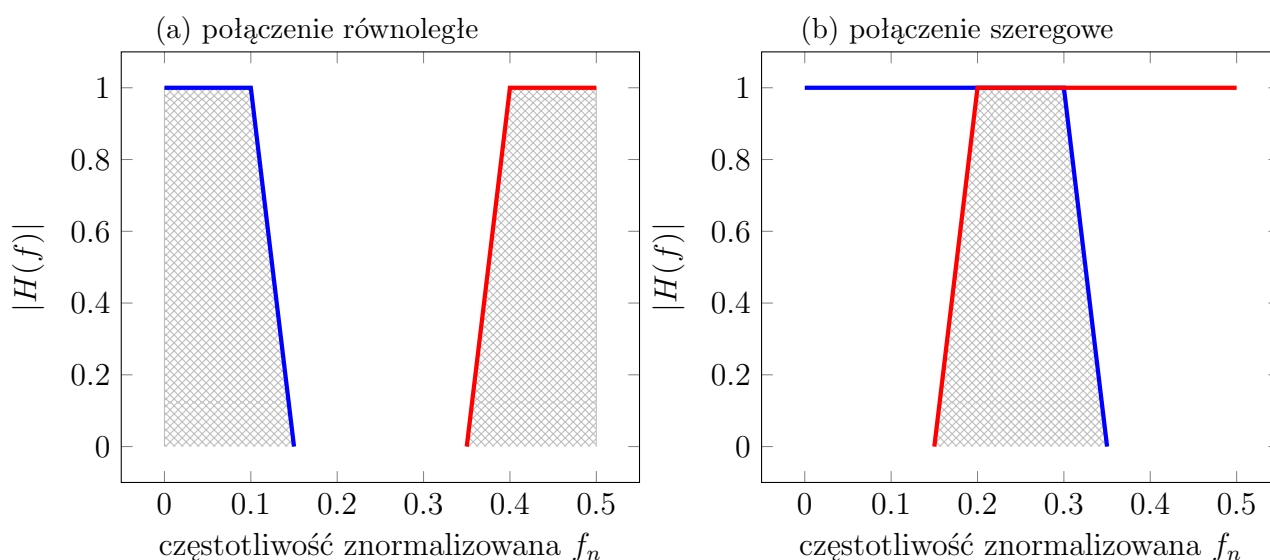
$$y[n] = (b_1[n] * b_2[n]) * x[n] = b[n] * x[n] \quad (5)$$

Oznacza to, że zamiast stosować dwa połączone filtry można użyć jednego filtru równoważnego, którego współczynniki $b[n]$ można obliczyć jako:

$$b[n] = b_1[n] * b_2[n] \quad (6)$$

1.3 Filtry pasmowe SOI

Filtry pasmowe SOI można uzyskać przez łączenie szeregowo bądź równoległe filtrów dolno- i górnoprzepustowych o odpowiednio dobranych częstotliwościach granicznych.



Rysunek 3: Przykłady charakterystyk filtrów pasmowych uzyskanych przez połączenie filtra dolnoprzepustowego (niebieski) i górnoprzepustowego (czerwony) równoległe (a) i szeregowo (b). Wypadkowa charakterystyka częstotliwościowa zaznaczona wypełnionym obszarem.

Łącząc dwa filtry równoległe, jak na rysunku 1, uzyskuje się filtr, którego charakterystyka częstotliwościowa jest sumą charakterystyk filtrów łączonych. Dzięki temu można uzyskać filtr pasmowozaporowy (rysunek 3a).

Łącząc dwa filtry szeregowo, jak na rysunku 2, uzyskuje się filtr, którego charakterystyka częstotliwościowa wynika z części wspólnej charakterystyk filtrów łączonych. Dzięki temu można uzyskać filtr pasmowprzepustowy (rysunek 3b).

Zwróć uwagę na to, jak częstotliwości graniczne filtrów łączonych wpływają na granice pasma zaporowego czy przepustowego tak uzyskanych filtrów.

2 Pytania i zadania na kartkówkę

1. Oblicz odpowiedź impulsową filtru równoważnego dla równoległego połączenia filtrów $h1[n]=[1 \ 1 \ 1]$ i $h2[n]=[1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]$.
2. Oblicz odpowiedź impulsową filtru równoważnego dla szeregowego połączenia filtrów $h1[n]=[1 \ 2 \ 1 \ 1]$ i $h2[n]=[1 \ 1 \ 1 \ 1]$.
3. Podaj sposób połączenia i częstotliwości filtrów dolno i górnoprzepustowych, których użyjesz do zaprojektowania filtru pasmowoprzepustowego o paśmie przepustowym od 1 kHz do 5 kHz.
4. Podaj sposób połączenia i częstotliwości filtrów dolno i górnoprzepustowych, których użyjesz do zaprojektowania filtru pasmowozaporowego o paśmie zaporowym od 1 kHz do 5 kHz.
5. Jaki jest dopuszczalny przedział wartości w skali liniowej, w którym zawiera się moduł transmitancji filtra w paśmie przepustowym, jeżeli poziom zafalowań w tym paśmie wynosi 1 dB?
6. Jaka jest dopuszczalna maksymalna wartość w skali liniowej modułu transmitancji filtra w paśmie zaporowym, jeżeli tłumienie filtra wynosi 40 dB?

Uwaga. Wartości liczbowe podane w pytaniach są przykładowe. Na kartkówce podobne zadania będą zawierały inne dane.

3 Funkcje stworzone w trakcie realizacji poprzednich ćwiczeń

`fir_filter(x, b)` - implementacja filtra FIR
`fir_freq_resp(b, N, fs)` - obliczenie odpowiedzi częstotliwościowej filtra FIR
`fir_imp_resp(b, N, fs)` - obliczenie odpowiedzi impulsowej filtra FIR
`fir_sinc(fc, M, wnd)` - zaprojektowanie filtra FIR metodą okienkowanej funkcji sinc
`fir_step_resp(b, N, fs)` - obliczenie odpowiedzi skokowej filtra FIR
`gen_cfreq(N, fs)` - generacja częstotliwości składowych widma sygnału zespolonego
`gen_delta(time)` - generacja delty Kroeneckera
`gen_gauss(time, u, s)` - generacja impulsu Gaussa
`gen_rfreq(N, fs)` - generacja częstotliwości składowych widma sygnału rzeczywistego
`gen_sin(time, fsin, A, fi)` - generacja sygnału harmonicznego
`gen_time(N, fs)` - generacja czasów próbek
`gen_triangle(time, A, tr, tf)` - generacja impulsu trójkątnego
`iir_filter(b, a, x)` - implementacja filtra IIR
`iir_freq_resp(b, a, N, fs)` - obliczenie odpowiedzi częstotliwościowej filtra IIR
`iir_imp_resp(b, a, N, fs)` - obliczenie odpowiedzi impulsowej filtra IIR
`iir_onepole_LPF(fc)` - obliczenie 1-biegunowego filtra dolnoprzepustowego IIR
`iir_onepole_HPF(fc)` - obliczenie 1-biegunowego filtra górnoprzepustowego IIR
`iir_narrow_BF(f, BW)` - obliczenie 1-biegunowego filtra pasmowoprzepustowego IIR
`iir_narrow_NF(f, BW)` - obliczenie 1-biegunowego filtra pasmowozaporowego IIR
`iir_step_resp(b, a, N, fs)` - obliczenie odpowiedzi skokowej filtra IIR
`sig_conv(x,y)` - obliczenie splotu sygnałów
`sig_delay_N(x, Nd)` - opóźnienie sygnału
`sig_fft(x)` - obliczenie widma zespolonego rozłożonego symetrycznie wokół składowej $k = 0$
`sig_irdft(x)` - odwrotna DFT sygnału rzeczywistego
`sig_rdfst(x)` - DFT sygnału rzeczywistego
`spec_uarg(y)` - obliczenie rozwiniętego widma fazowego

4 Zadania do realizacji

Na zajęciach laboratoryjnych należy rozwiązać podane poniżej zadania. Za każde zadanie można otrzymać wskazaną liczbę punktów pod warunkiem, że zostanie ono całkowicie poprawnie zrealizowane.

4.1 Złożone filtry FIR

W zadaniu należy zaprojektować wskazaną przez prowadzącego kombinację filtrów o skończonej odpowiedzi impulsowej, która może być jednym z następujących przypadków:

- szeregowo połączenie identycznych filtrów
- filtr pasmowo-przepustowy uzyskany przez szeregowo połączenie filtra dolno i górnoprzepustowego
- filtr pasmowo-zaporowy uzyskany przez równoległe połączenie filtra dolno i górnoprzepustowego

Do realizacji wspomnianych zadań potrzebne będą funkcje `fir_inv(b)`, `fir_series(b1, b2)` i `fir_parallel(b1, b2)`.

```
function b = fir_inv(b1)
...
endfunction
```

jest funkcją wyliczającą współczynniki `b` filtra górnoprzepustowego na podstawie znormalizowanych współczynników filtra dolnoprzepustowego `b1`.

```
function b = fir_series(b1, b2)
...
endfunction
```

jest funkcją wyliczającą współczynniki `b` filtra, którego charakterystyka częstotliwościowa odpowiada szeregowemu połączeniu filtrów o współczynnikach `b1` i `b2`.

```
function b = fir_parallel(b1, b2)
...
endfunction
```

jest funkcją wyliczającą współczynniki `b` filtra, którego charakterystyka częstotliwościowa odpowiada równoległemu połączeniu filtrów o współczynnikach `b1` i `b2`.

Za realizację zadania otrzymasz 2 pkt.

4.2 Filtrowanie dźwięku

Pakiet Octave ma możliwość odtwarzania sygnałów jako dźwięku.

```
# wczytanie pliku dzwiekowego - do x trafiaja probki,
# w fs zapisana jest czestotliwosc probkowania
[x,fs] = audioread("Seven_Twenty.wav");

#filtracja, przetwarzanie sygnalu x, ktorego wynik trafia to tabeli y
...

# utworzenie odtwarzacza audio probek y z czestotliwoscia fs
```

```
player = audioplayer(y, fs);
```

```
#odtworzenie dźwięku  
playblocking (player);
```

Powyższy skrypt za pomocą funkcji `audioread` powoduje wczytanie pliku dźwiękowego jako tablicy próbek. Jeżeli dźwięk jest monofoniczny, uzyskuje się jednowymiarową tabelę o długości odpowiadającej liczbie próbek.

Aby dźwięk zreprodukować należy utworzyć obiekt odtwarzacza funkcją `audioplayer` a następnie wywołać funkcję `play` aby uruchomić odtwarzanie zwykłe lub `playblocking` aby uruchomić odtwarzanie, które wstrzymuje dalsze wykonanie skryptu do momentu zakończenia dźwięku.

Zadaniem jest przefiltrowanie jednego z plików dźwiękowych według wskazań prowadzącego. Za wykonanie zadania otrzymasz 2 pkt.

4.3 Filtr sinc

Posługując się funkcjami, zaimplementowanymi w czasie wykonywania poprzednich ćwiczeń, należy porównać wszystkie rodzaje odpowiedzi filtru utworzonego z okienkowanej funkcji `sinc` oraz sześciobiegunowego filtru Czebyszewa dla ustalonej przez prowadzącego częstotliwości odcięcia oraz zadanego poziomu zafalowań wyrażonego w decybelach. Należy dobrać odpowiednią długość odpowiedzi impulsowej filtru typu `sinc` tak, aby uzyskać zbliżone właściwości. Odpowiedzi częstotliwościowe należy wykreslić w decybelach. Za wykonanie zadania otrzymasz 1 pkt.